تستهای کنکورهای سراسری داخل و خارج کشور گروه تجربی در سالهای ۹۳ تا ۹۸ مربوط به مبحث " احتمال"

۱ - گزینه ۱

احتمال انتخاب شدن ظرف A برابر $\frac{۱}{۳}$ و احتمال آن که دو مهره از ۴ مهره انتخاب شده سفید باشند برابر $\frac{\binom{۴}{۲}\binom{۵}{۲}}{\binom{۹}{۴}}$ است . در صورتی که ظرف B انتخاب شود ($\frac{۱}{۳}$) ، احتمال سفید بودن ۲ مهره از ۴ مهره انتخاب شده برابر $\frac{\binom{۶}{۲}\binom{۳}{۲}}{\binom{۹}{۴}}$ می باشد و اگر ظرف C انتخاب شود ($\frac{۱}{۳}$) ، این احتمال برابر $\frac{\binom{۶}{۲}\binom{۳}{۲}}{\binom{۹}{۴}}$ است که در کل احتمال آنکه ۲ مهره از ۴ مهره انتخاب شده سفید باشند از جمع احتمال های هر ظرف بدست می آید :

$$(\frac{۱}{۳}\times\frac{۶\times۱۰}{۱۲۶})+(\frac{۱}{۳}\times\frac{۳\times۱۵}{۱۲۶})+(\frac{۱}{۳}\times\frac{۱۵\times۳}{۱۲۶})=\frac{۵۰}{۱۲۶}=\boxed{\frac{۲۵}{۶۳}}$$

****

۲ - گزینه ۳

برای حل سوال از روش متمم کمک می گیریم ، یعنی احتمال آنکه ۲ مهره خارج شده همرنگ باشند را محاسبه کرده ، سپس از یک کم می کنیم تا به احتمال مورد نظر سوال برسیم :

$$P(A')=\frac{\binom{۳}{۲}+\binom{۲}{۲}+\binom{۵}{۲}}{\binom{۱۰}{۲}}=\frac{۳+۱+۱۰}{۴۵}=\frac{۱۴}{۴۵}\quad\rightarrow\quad P(A)=۱-P(A')=۱-\frac{۱۴}{۴۵}=\boxed{\frac{۳۱}{۴۵}}$$

****

۳ – گزینه ۳

با توجه به اینکه احتمال قرمز بودن یک مهره و سفید بودن <u>حداقل</u> دو مهره خواسته شده است ، در بیرون آوردن این ۴ مهره ۲ حالت وجود دارد :

الف – یک مهره قرمز ، ۲ مهره سفید و یک مهره سیاه باشد .   یا   ب – یک مهره قرمز و ۳ مهره سفید باشند . بنابراین احتمال مورد نظر برابر است با :

$$\frac{\binom{۲}{۱}\binom{۷}{۲}\binom{۵}{۱}}{\binom{۱۴}{۴}}+\frac{\binom{۲}{۱}\binom{۷}{۳}}{\binom{۱۴}{۴}}=\frac{۲۱۰+۷۰}{۱۰۰۱}=\frac{۲۸۰}{۱۰۰۱}=\boxed{\frac{۴۰}{۱۴۳}}$$

****

۴ – گزینه ۲

فضای نمونه ای آزمایش مورد نظر به صورت $۶۰=\boxed{۳}\,\boxed{۴}\,\boxed{۵}$ می باشد . حال باید احتمال آنکه عدد سه رقمی حاصل مضرب ۳ باشد را محاسبه کنیم . می دانیم برای آنکه عددی بر ۳ بخش پذیر باشد ، باید مجموع ارقام آن مضربی از ۳ باشد . لذا حالت های ممکن را می نویسیم :

<u>۱و۲و۳</u> ، <u>۲و۳و۴</u> ، <u>۳و۴و۵</u> ، <u>۱و۳و۵</u> . برای هر یک از حالت ها باید جایگشت ۳ رقم را هم در نظر بگیریم که برابر !۳ می باشد . لذا در کل ۲۴ حالت داریم و احتمال مورد نظر برابر است با :

$$\frac{۲۴}{۶۰}=\frac{۴}{۱۰}=\boxed{۰/۴}$$

****

۵ – گزینه ۴

چون احتمال آنکه حداقل عمل جراحی برای یکی از این دو نفر موفقیت آمیز باشد خواسته شده ، باید $P(A\cup B)$ را محاسبه کنیم :
$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

با توجه به این که موفقیت آمیز بودن عمل برای هر شخص مستقل از افراد دیگر است ، لذا $P(A\cap B)$ برابر است با :

$$P(A\cap B)=P(A)\times P(B)=۰/۹\times ۰/۸=۰/۷۲\Rightarrow P(A\cup B)=۰/۹+۰/۸-۰/۷۲=\boxed{۰/۹۸}$$

****

۶ - گزینه ۲

فضای نمونه ای پرتاب ۲ تاس برابر ۳۶ است . حالت هایی که در آن اعداد رو شده متوالی باشند را می نویسیم :

$$n(A)=\{(۱,۲)(۲,۱)(۲,۳)(۳,۲)(۴,۳)(۳,۴)(۴,۵)(۵,۴)(۵,۶)(۶,۵)\}$$

$$\Rightarrow \quad P(A)=\frac{۱۰}{۳۶}=\boxed{\frac{۵}{۱۸}}$$

****

۷ - گزینه ۳

احتمال آنکه فقط یکی از مهره ها سفید باشد ، برابر است با :

$$\frac{\binom{۴}{۱}\binom{۵}{۲}}{\binom{۹}{۳}}=\frac{۴\times ۱۰}{۸۴}=\boxed{\frac{۱۰}{۲۱}}$$

****

۸ - گزینه ۲

$$n(S)=\binom{۱۲}{۳}=۲۲۰ \quad n(A)=\binom{۳}{۱}\binom{۴}{۱}\binom{۵}{۱}=۶۰ \quad \rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۶۰}{۲۲۰}=\frac{۳}{۱۱}$$

****

۹ - گزینه ۲

$$P=\frac{۶}{۱۰}\times\frac{۱۸}{۱۰۰}+\frac{۴}{۱۰}\times\frac{۱۲}{۱۰۰}=\frac{۱۰۸+۴۸}{۱۰۰۰}=\frac{۱۵۶}{۱۰۰۰}=۱۵/۶\ \%$$

****

۱۰ - گزینه ۳

$$n(S)=\binom{۱۰}{۳}=۱۲۰ \quad n(A)=\binom{۵}{۲}\binom{۵}{۱}\times\binom{۳}{۲}\binom{۷}{۱}\times\binom{۲}{۲}\binom{۸}{۱}=۷۹ \quad \to P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۷۹}{۱۲۰}$$

****

۱۱- گزینه ۳

جون دو پیشامد از هم مستقل هستند، بنابراین داریم:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A)P(B)=\frac{۸۴}{۱۰۰}+\frac{۷۵}{۱۰۰}-(\frac{۸۴}{۱۰۰}\times\frac{۷۵}{۱۰۰})=۰/۹۶$$

****

۱۲ - گزینه ۱

فضای نمونه ای پرتاب ۲ تاس برابر ۳۶ است . مضارب عدد ۴ ، به ترتیب ۴ و ۸ و ۱۲ و .... می باشند که حالت هایی که در پرتاب دو تاس ، مجموع اعداد روشده مضرب ۴ است را می نویسیم :

$$n(A)=\{(۱,۳)\ (۲,۲)\ (۲,۶)\ (۳,۱)\ (۳,۵)(۴,۴)\ (۵,۳)\ (۶,۲)\ (۶,۶)\}$$

$$\Rightarrow \quad P(A)=\frac{۹}{۳۶}=\boxed{\frac{۱}{۴}}$$

توجه داریم که استفاده از اصول آنالیز برای حل این تست منطقی نیست و استفاده از نمودار درختی و در نظر گرفت سرشاخه ها و زیرشاخه ها بسیار سریع تر مارا به جواب می رساند

****

۱۳ - گزینه ۲

فضای نمونه ای پرتاب ۲ تاس برابر ۳۶ است . مضارب عدد ۳ ، به ترتیب ۳ و ۶ و ۹ و ۱۲ و .... می باشند که حالت هایی که در پرتاب دو تاس ، مجموع اعداد روشده مضرب ۳ است را می نویسیم :

$$n(A)=\{(۱,۲)(۱,۵)(۲,۱)(۲,۴)(۳,۳)(۳,۶)(۴,۲)(۴,۵)(۵,۱)(۵,۴)(۶,۳)(۶,۶)\}$$

$$\Rightarrow \quad P(A)=\frac{۱۲}{۳۶}=\boxed{\frac{۱}{۳}}$$

توجه داریم که استفاده از اصول آنالیز برای حل این تست منطقی نیست و استفاده از نمودار درختی و در نظر گرفت سرشاخه ها و زیرشاخه ها بسیار سریع تر مارا به جواب می رساند .

****

۱۴ - گزینه ۳

در این تست باید از کد گذاری اطلاعات داده شده کمک بگیریم ، بدین ترتیب که $P(A)=۰/۷$ و $P(B)=۰/۶$ و $P(B|A)=۰/۸$ ، خواسته سوال هم $P(A\cup B)$ می باشد .

فرمول مربوط به احتمال شرطی را باز می کنیم :

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{\underbrace{P(B)}_{۰/۶}}=۰/۸ \rightarrow \boxed{P(A\cap B)=۰/۴۸}$$

با پیدا شدن $P(A\cap B)$ ، می توانیم فرمول اجتماع را بنویسیم و به خواسته ی سوال برسیم :

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=۰/۷+۰/۶-۰/۴۸=\boxed{۰/۸۲}$$

****

۱۵ - گزینه ۲

برای مهره ای که در ابتدا خارج می شود دو حالت در نظر می گیریم :

این مهره یا سیاه است و یا سفید ، که احتمال هر کدام به ترتیب $\frac{۶}{۱۱}$ و $\frac{۵}{۱۱}$ می باشد . حال با توجه به سیاه یا سفید بودن مهره ی اول ، احتمال سفید بودن دو مهره ی دیگر را محاسبه می کنیم :

اولی سیاه و د ومهره ی بعدی سفید : $\frac{۶}{۱۱}\times\frac{\binom{۵}{۲}}{\binom{۱۰}{۲}}=\frac{۶}{۱۱}\times\frac{۱۰}{۴۵}=\boxed{\frac{۴}{۳۳}}$

اولی سفید و د ومهره ی بعدی سفید : $\frac{۵}{۱۱}\times\frac{\binom{۴}{۲}}{\binom{۱۰}{۲}}=\frac{۵}{۱۱}\times\frac{۶}{۴۵}=\boxed{\frac{۲}{۳۳}}$

با جمع مقادیر به دست آمده به عدد $\frac{۲}{۱۱}=\frac{۶}{۳۳}$ می رسیم .

****

۱۴ - گزینه ۴

در این تست باید از کد گذاری اطلاعات داده شده کمک بگیریم ، بدین ترتیب که $P(A)=۲P(B)$ و $P(A\cup B)=\frac{۷}{۹}$ ، خواسته سوال هم $P(A)$ می باشد . فرمول مربوط به اجتماع را باز می کنیم و توجه داریم که دو پیشامد داده شده مستقل هستند و به جای اشتراک آنها می توانیم از حاصل ضرب آنها کمک بگیریم :

$$P(A\cup B)=\underset{۲P(B)}{P(A)}+P(B)-\underbrace{P(A\cap B)}_{\underset{۲P(B)}{P(A).P(B)}}\rightarrow\frac{۷}{۹}=۲P(B)+P(B)-۲P(B)^{۲}$$

$$\frac{۷}{۹}=۳x-۲x^{۲}\rightarrow ۲x^{۲}-۳x+\frac{۷}{۹}=۰\rightarrow\Delta=۹-۴(۲)(\frac{۷}{۹})=۹-\frac{۵۶}{۹}$$

$$=\frac{۲۵}{۹}\rightarrow x_{۱,۲}=\frac{۳\pm\frac{۵}{۳}}{۴}=\boxed{\frac{۱}{۳}\ ,\ \cancel{\frac{۷}{۶}}}$$

با پیدا شدن $P(B)$ ، می توانیم $P(A)$را نیز محاسبه کنیم که دو برابر $P(B)$ است که به عدد $\frac{۲}{۳}$ می رسیم

****

۱۴ - گزینه ۳

ادبیات سوال کمی ابهـام دارد و طـراح مـی توانسـت کمـی شـفاف تـر مسـئله را طراحـی کنـد امـا منظور این است که از میان کل ۱۸ بسته ی موجود یـک بسـته انتخـاب مـی کنـد کـه ممکـن اسـت این بسته ، شامل سوالات ریاضی ، تجربـی و انسـانی باشـد . حـال احتمـال اینکـه بسـته ی ریاضـی را انتخـاب کنـد $\frac{۵}{۱۸}$ ، احتمـال اینکـه بسـته تجربـی انتخـاب کنـد $\frac{۷}{۱۸}$ و احتمـال اینکـه بسـته ی انسانی را انتخاب کند ، $\frac{۶}{۱۸}$ خواهـد بـود . حـال احتمـال اینکـه بسـته ی ریاضـی را انتخـاب کنـد و در ریاضی موفق شود ، $\frac{۷}{۱۰}\times\frac{۵}{۱۸}$ و بـه همـین ترتیـب هـم بـرای بسـته هـای تجربـی و انسـانی و در نهایت احتمال موفقیتش به ترتیب زیر محاسبه خواهد شد :

$$(\frac{۵}{۱۸}\times\frac{۷}{۱۰})+(\frac{۷}{۱۸}\times\frac{۸}{۱۰})+(\frac{۶}{۱۸}\times\frac{۹}{۱۰})=\frac{۳۵+۵۶+۵۴}{۱۸۰}=\frac{۱۴۵}{۱۸۰}=\xrightarrow{\div ۵}\boxed{\frac{۲۹}{۳۶}}$$

در ایـن تسـت بایـد از کـد گـذاری اطلاعـات داده شـده کمـک بگیـریم ، بـدین ترتیـب کـه $P(A)=۲P(B)$ و $P(A\cup B)=\frac{۷}{۹}$ ، خواسـته سـوال هـم $P(A)$ مـی باشـد . فرمـول مربـوط بـه اجتماع را بـاز مـی کنـیم و توجـه داریـم کـه دو پیشـامد داده شـده مسـتقل هسـتند و بـه جـای اشتراک آنها می توانیم از حاصل ضرب آنها کمک بگیریم :

$$P(A\cup B)=\underbrace{P(A)}_{۲P(B)}+P(B)-\underbrace{P(A\cap B)}_{P(A).P(B)}\rightarrow\frac{۷}{۹}=۲P(B)+P(B)-۲P(B)^۲$$

۲P(B)

$$\frac{۷}{۹}=۳x-۲x^۲\rightarrow ۲x^۲-۳x+\frac{۷}{۹}=۰\rightarrow\Delta=۹-۴(۲)(\frac{۷}{۹})=۹-\frac{۵۶}{۹}$$

$$=\frac{۲۵}{۹}\rightarrow x_{۱,۲}=\frac{۳\pm\frac{۵}{۳}}{۴}=\boxed{\frac{۱}{۳},\ \frac{۷}{۶}\times}$$

با پیدا شدن $P(B)$ ، می توانیم $P(A)$ را نیز محاسبه کنیم که دو برابر $P(B)$ است که به عدد $\frac{2}{3}$ می رسیم

❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋