پاسخ تست های مربوط به سراسری تجربی داخل و خارج از کشور سال های ۹۳تا ۹۸

سراسری تجربی خارج کشور ۹۳

۱- گزینه ۳

با جایگذاری عدد ۲ در صورت و مخرج کسر به حالت صفر صفرم می رسیم . در صورت کسر عبارت زیر رادیکال صفر نمی شود که یاد آور هوپیتال گیری است اما در مخرج کسر عبارت زیر رادیکال صفر می شود که مانع از هوپیتال گیری می شود . اما با کمی دقت به عبارت زیرِ رادیکالِ موجود در مخرج ، به عبارت مربع کامل پی می بریم که باعث می شود مخرج از حالت رادیکالی خارج شود و با هوپیتال گیری کار این حد به سرانجام برسد :

$$\lim_{x\to 2^+}\frac{2-\sqrt[3]{x+6}}{\sqrt{x^2-4x+4}}=\lim_{x\to 2^+}\frac{2-\sqrt[3]{x+6}}{\sqrt{(x-2)^2}}=\lim_{x\to 2^+}\frac{2-\sqrt[3]{x+6}}{|x-2|}=$$

$$\lim_{x\to 2}\frac{2-\sqrt[3]{x+6}}{x-2}\xrightarrow{\text{hop}}\lim_{x\to 2^+}\frac{\frac{1}{3\sqrt[3]{(x+6)^2}}}{1}=\boxed{\frac{1}{12}}$$

سراسری تجربی ۹۴

۲- گزینه۳

با موضوع حدهای دو حدی مواجه هستیم که با استفاده از اطلاعات موجود در حد اول می توانیم مجهولات را بیابیم و به سراغ محاسبه حد دوم برویم :

$$\lim_{x\to -\infty} f(x)=\lim_{x\to -\infty}\frac{ax^n+15}{3x-\sqrt{4x^2+15x}}\sim\lim_{x\to -\infty}\frac{ax^n}{3x-|2x|}=\lim_{x\to -\infty}\frac{ax^n}{3x+2x}=\boxed{\lim_{x\to -\infty}\frac{ax^n}{5x}=-1}\to\boxed{a=-5\ ,\ n=1}$$

$$\lim_{x\to 3} f(x)=\lim_{x\to 3}\frac{-5x+15}{3x-\sqrt{4x^2+15x}}=\frac{0}{0}\xrightarrow{\text{hop}}\lim_{x\to 3}\frac{-5}{3-\frac{8x+15}{2\sqrt{4x^2+15x}}}=\frac{-5}{3-\frac{39}{18}}=\frac{-5}{-\frac{15}{9}}=\boxed{3}$$

سراسری تجربی خارج کشور ۹۴

۳- گزینه ۲

همانند تست قبل عمل می کنیم :

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{2x+\sqrt{x^2-3x}}{ax^n-6}\sim\lim_{x\to+\infty}\frac{2x+|x|}{ax^n}=\boxed{\lim_{x\to+\infty}\frac{3x}{ax^n}=-\frac{1}{2}}\to\boxed{a=-6\ ,\ n=1}$$

$$\lim_{x\to-1} f(x)=\lim_{x\to-1}\frac{2x+\sqrt{x^2-3x}}{-6x-6}=\frac{0}{0}\xrightarrow{hop}\lim_{x\to-1}\frac{2+\frac{2x-3}{2\sqrt{x^2-3x}}}{-6}=\frac{2+\frac{-5}{4}}{-6}=\boxed{-\frac{1}{8}}$$

سراسری تجربی ۹۵

۴ – گزینه ۲

در صورت کسر از هم ارزی نیوتن کمک می گیریم :

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{ax+\sqrt{4x^2+5}}{2x+2}\sim\lim_{x\to+\infty}\frac{ax+|2x|}{2x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{ax+2x}{2x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{(a+2)x}{2x}=\frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow\frac{a+2}{2}=\frac{5}{2}\Rightarrow\boxed{a=3}$$

حال با جایگذاری مقدار بدست آمده برای a در تابع ، حد خواسته شده را محاسبه می کنیم :

$$\lim_{x\to-1}\frac{3x+\sqrt{4x^2+5}}{2x+2}=\frac{-3+3}{-2+2}=\frac{0}{0}\to Hop\ :\ \lim_{x\to-1}\frac{3+\frac{8x}{2\sqrt{4x^2+5}}}{2}=\frac{3-\frac{8}{6}}{2}=\boxed{\frac{5}{6}}$$

سراسری تجربی خارج از کشور ۹۵

۵ – گزینه ۲

اگر عدد ۲ را در تابع جایگذاری کنیم ، به حالت صفر صفرم می رسیم ، لذا از هوپیتال کمک می گیریم :

$$\lim_{x\to ۲}\frac{x-\sqrt{۳x-۲}}{ax+b}=\frac{۱}{۲}\ \rightarrow\ \frac{۰}{ax+b}=\frac{۱}{۲}\ \rightarrow\ \boxed{ax+b=۰}$$

$$Hop:\ \lim_{x\to ۲}\frac{۱-\frac{۳}{۲\sqrt{۳x-۲}}}{a}=\frac{۱}{۲}\ \rightarrow\ \frac{۱-\frac{۳}{۴}}{a}=\frac{۱}{۲}\ \rightarrow\ \boxed{a=\frac{۱}{۲}}\ ,\ ax+b=۰\ \xrightarrow[x=۲]{a=\frac{۱}{۲}}\ \boxed{b=-۱}$$

سراسری تجربی ۹۷

صورت سوال اصلاح شود $\lim_{x\to ۴}\frac{۳x^{۲}-۱۰x-۸}{\sqrt{۳-\sqrt{x}}-۱}$

۶- گزینه ۱

با جایگذاری عدد ۲ در صورت و مخرج کسر به حالت صفر صـفرم مـی رسـیم . در مخـرج کسـر عبـارت زیـر رادیکـال صـفر نمی شود که یاد آور هوپیتال گیری است :

$$\lim_{x\to ۴}\frac{۳x^{۲}-۱۰x-۸}{\sqrt{۳-\sqrt{x}}-۱}=\frac{۰}{۰}\ \xrightarrow{hop}\ \lim_{x\to ۴}\frac{۶x-۱۰}{\frac{-\frac{۱}{۲\sqrt{x}}}{۲\sqrt{۳-\sqrt{x}}}}=\frac{۱۴}{\frac{-\frac{۱}{۴}}{۲\sqrt{۱}}}=-\frac{۱۴}{\frac{۱}{۸}}=\boxed{-۱۱۲}$$

سراسری تجربی خارج کشور ۹۷

۷- گزینه ۳

با جایگذاری عدد ۱- در صورت و مخرج کسر به حالت صفر صفرم می رسیم . در مخرج کسر عبارت زیر رادیکال صفر نمی شود که یاد آور هوپیتال گیری است :

$$\lim_{x\to -1}\frac{2x^2+5x+3}{2-\sqrt{2+\sqrt{3-x}}}=\frac{0}{0}\xrightarrow{\text{hop}}\lim_{x\to 4}\frac{4x+5}{-\frac{\frac{-1}{2\sqrt{3-x}}}{2\sqrt{2+\sqrt{3-x}}}}\xrightarrow{x=-1}\frac{1}{\frac{\frac{1}{4}}{2\sqrt{4}}}=\frac{1}{\frac{1}{16}}=\boxed{16}$$

سراسری تجربی ۹۸

۸- گزینه ۳

با جایگذاری عدد ۸- در صورت و مخرج کسر به حالت صفر صفرم می رسیم . در مخرج کسر عبارت زیر رادیکال صفر نمی شود که یاد آور هوپیتال گیری است :

$$\lim_{x\to -8}\frac{x^2+10x+16}{12+6\sqrt[3]{x}}=\frac{0}{0}\xrightarrow{\text{hop}}\lim_{x\to -8}\frac{2x+10}{\cancel{6}\frac{1}{\cancel{3}\sqrt[3]{x^2}}}\xrightarrow{x=-8}\frac{-6}{\frac{2}{\sqrt[3]{(-8)^2}}}=\frac{-6}{\frac{2}{4}}=\boxed{-12}$$

سراسری تجربی ۹۸

۹- گزینه ۴

در توابعی که مخرج کسر به صورت $u\pm|u|$ می باشد ، حتما باید قدرمطلق موجود در مخرج را تعیین علامت کنیم . در این تست به ازای $x>0$, $x<0$ ، قدرمطلق موجود در مخرج را تعیین علامت می کنیم که به موارد زیر در دو شاخه برخورد می کنیم :

$$\begin{cases} x>0 \;:\; f(x)=\dfrac{x^2-1}{2x} \\ x<0 \;:\; f(x)=\dfrac{x^2-1}{0} \end{cases}$$

ملاحظه می شود که به ازای $x<0$ ، تابع تعریف نشده است و اصلا این برای این تابع عبارت $x\longrightarrow 0^-$ تعریف

نشده است که به رد شدنِ گزینه های اول و دوم می انجامد . حال برای تابع $f(x)=\frac{x^2-1}{2x}$ حالت $x\longrightarrow 0^+$ را در نظر می گیریم که در صورت کسر ، با عدد منفی و در مخرج کسر با صفرِ مثبت مواجه می شویم . بنابراین جواب حد ، منفیه بینهایت خواهد شد و گزینه ۴ گزینه ی صحیح برای این سوال است .

سراسری تجربی ۹۸

۱۰- گزینه ۳

پرتوان زیر رادیکال با فرجه رادیکال برابر است ، بنابراین از هم ارزی نیوتن کمک می گیریم که حد به صورت $\lim\limits_{x\to -\infty} 2x+\sqrt{4x^2+x} \sim \lim\limits_{x\to -\infty} 2x+2|x+\frac{1}{8}|$ تبدیل می شود و با توجه به علامتِ بینهایت که به سمت منفیه بینهایت میل کرده است ، قدر مطلق را با علامت منفی بر می داریم :

$$\lim_{x\to -\infty} 2x+2|x+\frac{1}{8}| = \lim_{x\to -\infty} 2x-2(x+\frac{1}{8}) = 2x-2x-\frac{2}{8} = \boxed{-\frac{1}{4}}$$

سراسری تجربی خارج کشور ۹۸

۱۱- گزینه ۴

با جایگذاری عدد ۲ در صورت و مخرج کسر به حالت صفر صفرم می رسیم . در صورت کسر عبارت زیر رادیکال صفر نمی شود که یاد آور هوپیتال گیری است :

$$\lim_{x\to 2} \frac{2-\sqrt[3]{3x+2}}{5x^2-16x+18} = \frac{0}{0} \xrightarrow{hop} \lim_{x\to 2} \frac{\frac{-\cancel{3}}{\cancel{3}\sqrt[3]{3x+2}}}{10x-16} \xrightarrow{x=2} \frac{-\frac{1}{2}}{4} = \boxed{-\frac{1}{8}}$$

سراسری تجربی خارج کشور ۹۸

۱۲- گزینه ۱

با جایگذاری عدد $\frac{2\pi}{3}$ در صورت و مخرج کسر به حالت عدد تقسیم بر صفر می رسیم . در

صــورت کســر عبــارت $\sin\frac{2\pi}{3}$ دیـده میشــود کــه مقــدار آن مثبــت و برابــر $\frac{\sqrt{3}}{2}$ اســت و در مخــرج کســر هــم در دو وضــعیت $\frac{2\pi}{3}^{+}$, $\frac{2\pi}{3}^{-}$ حــد را بررســی مــی کنــیم . در حالــت $\frac{2\pi}{3}^{+}$ ، بــا توجــه بــه دایره ی مثلثاتی ، به محــور کســینوس هــا نزدیکتــر هســتیم و مقــدار کســینوس کــه عــددی منفــی است (ناحیه دوم) بیشتر می شود یعنی مخــرج کســر صــفر بــا بــار منفــی اســت و جــواب حــد $-\infty$ خواهد بود که گزینه اول پاسخ صحیح این تست اســت و در حالــت $\frac{2\pi}{3}^{-}$ ، بــا توجــه بــه دایــره ی مثلثــاتی ، بــه محور سینوس ها نزدیکتر هستیم و مقــدار کســینوس کــه عــددی منفــی اســت (ناحیــه دوم) کمتــر می شود یعنی مخرج کسر صفر با بار مثبت است و جواب حد $+\infty$ خواهد شد .

$$\lim_{x\to 2}\frac{2-\sqrt[3]{3x+2}}{5x^{2}-16x+18}=\frac{0}{0}\xrightarrow{\text{hop}}\lim_{x\to 2}\frac{\frac{-\cancel{3}}{\cancel{3}\sqrt[3]{3x+2}}}{10x-16}\xrightarrow{x=2}\frac{-\frac{1}{2}}{4}=\boxed{-\frac{1}{8}}$$

سراسری تجربی خارج کشور ۹۸

۱۳- گزینه ۴

ابتدا کسر $\frac{f(x)}{x}$ را تشکیل می دهیم و حد این کسر را در منفیه بینهایت محاسبه می کنیم .

$$\lim_{x\to -\infty}\frac{x-\sqrt{4x^{2}+x}}{x}$$

پرتوان زیر رادیکال با فرجه رادیکال برابر است ، بنــابراین از هــم ارزی نیــوتن در صــورت کســرکمک مــی گیــریم کــه حــد به صورت زیر تبدیل می شود :

$$\lim_{x\to -\infty}\frac{x-\sqrt{4x^{2}+x}}{x}\sim\lim_{x\to -\infty}\frac{x-2\left|x+\frac{1}{8}\right|}{x}\xrightarrow{x\to -\infty}\lim_{x\to -\infty}\frac{x+2(x+\frac{1}{8})}{x}=\lim_{x\to -\infty}\frac{x+2x+\frac{1}{4}}{x}$$

پرتوانِ صورت ، $3x$ و پرتوانِ مخرج x است و جواب حد برابر با ۳ خواهد شد .

سراسری ریاضی ۹۸

فراگیری موضوع این حد برای دانش آموزان گروه تجربی لازم نیست

۱۴- گزینه ۳

برای حل این حد اگر از اتحاد بسط سینوس برویم (این اتحاد در کتاب دانش آموزان گروه ریاضی وجود دارد) خواهیم داشت :

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin a\cos x+\cos a\sin x-\sin a}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{\sin(a+x)-\sin a}{x}=\frac{0}{0}$$

$$\xrightarrow{hop}\lim_{x\to 0}\frac{\cos(a+x)}{1}=\boxed{\cos a}$$

توجه داریم که $\sin a$, $\cos a$ عدد هستند و مشتق آ«ها صفر است .

حال اگر بخواهیم بدون استفاده از اتحاد ذکر شده مسئله را حل کنیم ، از آنجایکه که متغیر حد به سمت صفر میل کرده است ابتدا میتوانیم از هم ارزی در صورت کسر استفاده کنیم و حد را کمی ساده تر کنیم :

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin a\cos x+\cos a\sin x-\sin a}{x}\sim\lim_{x\to 0}\frac{\sin a\cos x+x\cos a-\sin a}{x}=$$

$$\xrightarrow{hop}\lim_{x\to 0}\frac{\sin a(\cancel{-\sin x}^{\,0})+\cos a}{1}=\boxed{\cos a}$$

سراسری ریاضی ۹۸

- گزینه ۲

جواب حد منفی بینهایت شده است و متغیر حد که ب سمت عدد ۲ میل کرده است ، بار ندارد . بنابراین مخرج کسر باید مربع کاملی به صورت $(x-2)^2$ باشد که باز شده ی آن به صورت x^2-4x+4 خواهد بود که با معادل سازی با عبارت داده شده در مخرج کسر، $b=4\ ,\ a=-4$ به دست می آید که مجموع آنها برابر صفر خواهد شد .

سراسری ریاضی ۹۸

۱۵ - گزینه ۲

ابتدا براکتِ موجود در مخرج کسر را به عدد تبدیل می کنیم که به عدد ۱ می رسیم و حد به صورت

$\lim\limits_{x\to 1}\frac{\sin^2\pi x}{1+\cos\pi x}$ تبدیل می شود که پس از عدد گـذاری ، حالـت صـفر صـفرم ایجـاد مـی شـود کـه در صـورت کسـر بـا استفاده از اتحاد ، خواهیم داشت :

$$\lim_{x\to 1}\frac{1-\cos^2\pi x}{1+\cos\pi x}=\lim_{x\to 1}\frac{(1-\cos\pi x)\cancel{(1+\cos\pi x)}}{\cancel{1+\cos\pi x}}=\boxed{2}$$

دانش آموزان رشته ریاضی این حد را با استفاده از هوپیتال هم حل کنند