تستهای کنکورهای سراسری داخل و خارج کشور گروه تجربی در سالهای ۹۳ تا ۹۸ مربوط به مبحث " آمار " مربوط به گروه های تجربی و ریاضی

۱-گزینه ۴

رابطه میانگین را برای داده های موجود نوشته و به کمک آن میانگین داده های جدید را محاسبه می کنیم :

$$\bar{x}_1=\frac{x_1+x_2+...+x_{21}+10+15+45+50}{25}=30 \rightarrow x_1+x_2+...+x_{21}+120=750 \rightarrow x_1+x_2+...+x_{21}=630$$

$$\bar{x}_2=\frac{x_1+x_2+...+x_{21}}{21} \xrightarrow{x_1+x_2+...+x_{21}=630} \bar{x}_2=\frac{630}{21}=30$$

انحراف معیار داده های اولیه برابر ۸ است پس واریانس آنها برابر ۶۴ می باشد :

$$\sigma=8 \Rightarrow \sigma^2=64 \rightarrow \frac{\sum_{i=1}^{25}(x_i-\bar{x})^2}{25}=\frac{\sum_{i=1}^{25}(x_i-30)^2}{25}=64 \rightarrow \sum_{i=1}^{25}(x_i-30)^2=1600$$

بنابراین مجموع مربعات انحراف از میانگین همه ۲۵ داده اولیه برابر ۱۶۰۰ است . حال باید مجموع مربعات انحراف از میانگین این ۴ داده ی ناجور را محاسبه کرده و از ۱۶۰۰ کم نماییم :

$$(10-30)^2+(15-30)^2+(45-30)^2+(50-30)^2=1250$$

$$\sum_{i=1}^{21}(x_i-30)^2=1600-1250=350$$

حال واریانس ۲۱ داده باقی مانده را حساب می کنیم :

$$\sigma_2^2=\frac{\sum_{i=1}^{21}(x_i-30)^2}{21}=\frac{350}{21}=16/66$$

❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋

۲-گزینه ۳

اگر میانگین داده های اضافه شده را بدست آوریم ، ملاحظه می شود برابر میانگین داده های اولیه می باشد . پس با اضافه کردن آنها به داده های اولیه ، میانگین جدید تغییری نمی کند : $\bar{x}_1=\bar{x}_2=25$

$$\sigma_1^2=\frac{x_1^2+...+x_{18}^2}{18}-\bar{x}_1^2 \rightarrow 9=\frac{x_1^2+...+x_{18}^2}{18}-625 \rightarrow x_1^2+...+x_{18}^2=11412$$

$$\sigma_2^2=\frac{\overbrace{x_1^2+...+x_{18}^2}^{11412}+20^2+27^2+28^2}{21}-\bar{x}_2^2=\frac{11412+400+729+784}{21}-625=\boxed{9/52}$$

****

۳-گزینه ۲

رابطه میانگین را برای اضلاع و مساحت های n مربع می نویسیم :

$$\bar{a}=\frac{a_۱+\ldots+a_n}{n}=۸ \qquad \bar{S}=\frac{S_۱+\ldots+S_n}{n}=۶۵/۴۴$$

می دانیم در یک مربع رابطه بین مساحت و ضلع مربع به صورت $S=a^۲$ می باشد ، لذا داریم :

$$\bar{S}=\frac{S_۱+\ldots+S_n}{n}=۶۵/۴۴ \xrightarrow{S=a^۲} \bar{S}=\frac{a_۱{}^۲+\ldots+a_n{}^۲}{n}=۶۵/۴۴$$

برای بدست آوردن ضریب تغییرات باید واریانس و به کمک آن انحراف معیار را محاسبه کنیم . می دانیم واریانس برابر است با $\sigma^۲=\frac{\sum x_i{}^۲}{n}-\bar{x}^۲$:

$$\sigma^۲=\frac{\sum a_i{}^۲}{n}-\bar{a}^۲ \xrightarrow{\frac{\sum a_i{}^۲}{n}=۶۵/۴۴} \sigma^۲=۶۵/۴۴-۸^۲=۱/۴۴ \rightarrow \sigma=۱/۲$$

بنابراین ضریب تغییرات در طول اضلاع این مربع ها برابر است با : $CV=\frac{\sigma}{\bar{a}}=\frac{۱/۲}{۸}=\boxed{۰/۱۵}$

****

۴ – گزینه ۳

میانگین مساحت مربع ها برابر است با :

$$\bar{S}=\frac{S_۱+\ldots+S_n}{n} \xrightarrow{S=a^۲} \bar{S}=\frac{a_۱{}^۲+\ldots+a_n{}^۲}{n}=\frac{\sum(a_i)^۲}{n}$$

می دانیم رابطه واریانس به صورت $\sigma^۲=\frac{\sum x_i{}^۲}{n}-\bar{x}^۲$ می باشد . بنابراین برای یافتن خواسته مسئله کافی است به کمک میانگین و ضریب تغییرات ، واریانس را محاسبه کنیم :

$$CV=\frac{\sigma}{\bar{a}} \rightarrow \sigma=۱۵\times۰/۲=۳ \rightarrow \sigma^۲=۹$$

$$\sigma^۲=\frac{\sum(a_i)^۲}{n}-(\bar{a})^۲ \rightarrow \frac{\sum(a_i)^۲}{n}=۹+۲۲۵=\boxed{۲۳۴}$$

٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭

۵ - گزینه ۴

$$\bar{x} = \frac{۲۴۰}{۳۰} = ۸$$

$$\sigma^۲ = \frac{\sum x_i^۲}{n} - \bar{x}^۲ \quad \to \quad \sigma^۲ = \frac{۲۱۹۰}{۳۰} - ۶۴ = ۷۳ - ۶۴ = ۹ \quad \to \quad \sigma = ۳$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{۳}{۸} = \boxed{۰/۳۷۵}$$

٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭

۶ - گزینه ۳

با کمک فرمول دوم واریانس همانند سوال قبلی عمل می کنیم ، فقط حواسمان هست که ؟ ، کلِ کسر اول است :

$$\bar{x} = ۲۵ \quad , \quad CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = ۰/۰۶ \quad \to \quad ۰/۰۶ = \frac{\sigma}{۲۵} \quad \to \quad \sigma = ۱/۵ \quad \to \quad \sigma^۲ = ۲/۲۵$$

$$\sigma^۲ = \frac{\sum x_i^۲}{n} - \bar{x}^۲ \quad \to \quad ۲/۲۵ = ? - (\bar{x})^۲ \quad \to \quad ۲/۲۵ = ? - ۶۲۵ \quad \to \quad \boxed{? = ۶۲۷/۲۵}$$

٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭

۷ - گزینه ۳

ابتدا فرمول میانگین را برای ۹ داده آماری می نویسیم تا مجهول a پیدا شود :

$$a,۷,۱۰,۱۴,۱۱,۱۶,۱۸,۹,۲۰ \quad \to \quad \bar{x} = \frac{a+۷+۱۰+۱۴+۱۱+۱۶+۱۸+۹+۲۰}{۹} = ۱۳ \quad \to \quad \boxed{a = ۱۲}$$

با پیدا شدن a ، داده ها را مرتب می کنیم تا میانه آنها پیدا شود :

$$۷ , ۹ , ۱۰ , ۱۱ , \boxed{۱۲} , ۱۴ , ۱۶ , ۱۸ , ۲۰$$

ملاحظه میشود که میانه داده ها همان عدد a یعنی عدد ۱۲ هست .

٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭٭

۸ - گزینه ۲

برای محاسبه دقت کاری کافیست ضریب تغییرات دو گروه داده شده را محاسبه کنیم و در اطلاعات مسئله مشخص است که هم واریانس و هم میانگین داده شده است و به راحتی می توانیم ضریب تغییرات دو گروه را محاسبه کنیم :

$$CV_{۱} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{۲۵}}{۸۰} = \frac{۵}{۸۰} = \boxed{\frac{۱}{۱۶}} \qquad CV_{۲} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{۱۶}}{۷۲} = \frac{۴}{۷۲} = \boxed{\frac{۱}{۱۸}}$$

ملاحظه می شود که ضریب تغییرات کاریه گروه دوم کوچکتر از گروه اول است بنابراین دقت کاریه گروه دوم بیشتر از گروه اول است .

****

۹ - گزینه ۱

برای محاسبه دقت کاری کافیست ضریب تغییرات دو گروه داده شده را محاسبه کنیم که با اعداد داده شده کافیست میانگین و واریانس هر گروه را تعیین کرده و ضریب تغییرات را در هر گروه به دست آوریم :

گروه الف :

$$\bar{x} = \frac{۱۲+۱۳+۱۴+۱۵+۱۶}{۵} = ۱۴ \rightarrow \sigma^{۲} = \frac{۴+۱+۰+۱+۴}{۵} = ۲ \rightarrow \boxed{CV_{۱} = \frac{\sqrt{۲}}{۱۴}}$$

$$\bar{x} = \frac{۱۱/۵+۱۳+۱۵/۵+۱۶+۱۶/۵}{۵} = ۱۴/۵ \rightarrow \sigma^{۲} = \frac{۹+۲/۲۵+۱+۲/۲۵+۴}{۵} = ۳/۷ \rightarrow \boxed{CV_{۲} = \frac{\sqrt{۳/۷}}{۱۴/۵}}$$

ملاحظه می شود که ضریب تغییرات کاریه گروه اول کوچکتر از گروه دوم است بنابراین دقت کاریه گروه اول بیشتر از گروه دوم است .

****

تستهای کنکورهای سراسری داخل و خارج کشور گروه ریاضی در سالهای ۹۳ تا ۹۸ مربوط به مبحث " آمار " مربوط به گروه های تجربی و ریاضی

۱۰ - گزینه ۲

دقت کاری فردی بیشتر است که ضریب تغییراتش کمتر باشد . بنابراین ضریب تغییرات هر دو نفر را محاسبه می کنیم :

$A: ۱۵, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۹$ $B: ۱۶, ۱۴, ۱۷, ۱۴, ۱۷, ۱۸$

$$\bar{x}_A = \frac{۹۶}{۶} = ۱۶ \rightarrow \sigma^۲_A = \frac{۱ + ۴ + ۱ + ۰ + ۱ + ۹}{۶} = \frac{۱۶}{۶} = \frac{۸}{۳} \rightarrow CV_A = \frac{\sqrt{\frac{۸}{۳}}}{۱۶}$$

$$\bar{x}_B = \frac{۹۶}{۶} = ۱۶ \rightarrow \sigma^۲_B = \frac{۰ + ۴ + ۱ + ۴ + ۱ + ۴}{۶} = \frac{۱۴}{۶} = \frac{۷}{۳} \rightarrow CV_B = \frac{\sqrt{\frac{۷}{۳}}}{۱۶}$$

ملاحظه می شود که دقت کاریه کارگر B بیشتر است . البته از آنجائیکه میانگینِ هر دو کارگر یکسان شد می توانستیم فقط واریانس را محاسبه کنیم و با مقایسه واریانسها تعیین کنیم کدام کارگر ضریب تغییرات کمتری دارد . زیرا مخرجِ کسرِ ضریب تغییرات هر دو کارگر یکسان است و کارگری ضریب تغییرات کمتری دارد که واریانس و به دنبال آن انحراف معیار کمتری داشته باشد .

****

۱۱ – گزینه ۴

ابتدا داده ها را از کوچک به بزرگ مرتب می کنیم :

$۵۰ , ۶۳ , ۶۴ , ۶۵ , ۶۶ , ۷۰ , ۷۷ , x$

از سه پارامتر میانه ، مد و میانگین ، فقط می توانیم عدد مربوط به میانه را محاسبه کنیم که بین اعداد ۶۵ و ۶۶ قرار دارد که ۶۵/۵ میانه ی داده های مورد نظر است . حال به سراغ تعیین میانگین می رویم تا مجهول x را به دست آوریم :

$$\bar{x} = \frac{۵۰ + ۶۳ + ۶۴ + ۶۵ + ۶۶ + ۷۰ + ۷۷ + x}{۸} = \frac{۴۵۵ + x}{۸} = ۶۵/۵ \rightarrow ۴۵۵ + x = ۵۲۴ \rightarrow \boxed{x = ۶۹}$$

یعنی اگر داده ی ۶۹ به داده ها اضافه شود ، میانه و میانگین برابر خواهند شد اما ملاحظه می شود که با وارد شدن این داده به داده ها ، مد نمی تواند ۶۹ شود . بنابراین داده ی ۶۹ فقط می تواند باعث برابریه میانه و میانگین شود و شرط یکسان شدن مد را بر آورده نمی کند .

****

۱۲ – گزینه ۱

ضریب تغییرات داده های اولیه را محاسبه می کنیم :

$$\bar{x} = \frac{۱+۲+۳+۴+۵}{۵} = \boxed{۳} \rightarrow \sigma^۲ = \frac{(۲)^۲ + (۱)^۲ + (۰)^۲ + (۱)^۲ + (۲)^۲}{۵} = \frac{۱۰}{۵} = \boxed{۲} \rightarrow \boxed{\sigma = \sqrt{۲}}$$

داده های جدید در عدد ۱۲ ضرب شده اند و با عدد ۶ جمع شده اند که این دو تغییر روی میانگین داده های اولیه اثر می گذارد و میانگین داده های جدید ۴۲ به دست می آید . انحراف معیار روی عمل جمع بی تاثیر است و فقط روی عمل ضرب تاثیر می پذیرد و ۱۲ برابر می شود یعنی انحراف معیار داده های جدید برابر با $\sqrt{۲}$ ۱۲ خواهد شد و در نتیجه ضریب تغییرات داده های جدید برابر با $CV = \frac{۱۲\sqrt{۲}}{۴۲} = \frac{۲\sqrt{۲}}{۷} \simeq \frac{۲(۱/۴)}{۷} = ۲(۰/۲) = \boxed{۰/۴}$ به دست خواهد آمد .

****

۱۳ – گزینه ۱

دقت کاریه دستگاهی بیشتر است که ضریب تغییرات کمتری داشته باشد بنابراین باید ضریب تغییرات هر دو دستگاه را محاسبه کنیم :

$$CV_A = \frac{۳/۶}{۱۵۰} = \frac{۱/۸}{۷۵} = \frac{۰/۶}{۲۵} \xrightarrow{\times ۴} \frac{۲/۴}{۱۰۰} = \boxed{۰/۰۲۴}$$

$$CV_B = \frac{۳/۸۴}{۱۶۰} = \frac{۱/۹۲}{۸۰} = \frac{۰/۹۶}{۴۰} = \frac{۰/۴۸}{۲۰} = \frac{۰/۲۴}{۱۰} \xrightarrow{\times ۱۰} \frac{۲/۴}{۱۰۰} = \boxed{۰/۰۲۴}$$

****

۱۴ – گزینه ۲

فرمول واریانس را برای هر دو گروه می نویسیم و از فرمول های نوشته شده ، با طرفین وسطین کردن ، صورت کسرها را محاسبه می کنیم :

$$\sigma^۲ = \frac{?_۱}{n} \rightarrow ۱۲/۶ = \frac{?_۱}{۱۲} \rightarrow ?_۱ = ۱۲ \times ۱۲/۶ = ۱۵۱/۲$$

$$\sigma^۲ = \frac{?_۲}{n} \rightarrow ۷/۲ = \frac{?_۲}{۲۴} \rightarrow ?_۲ = ۲۴ \times ۷/۲ = ۱۷۲/۸$$

با جمع علامت سوال ها و تقسیم آنها بر تعداد کل ، واریانس داده های ادغامی محاسبه می شود :

$$\sigma^۲ = \frac{?_۱ + ?_۲}{۱۲ + ۲۴} \rightarrow \sigma^۲ = \frac{۱۵۱/۲ + ۱۷۲/۸}{۳۶} = \frac{۳۲۴}{۳۶} = ۹ \rightarrow \boxed{\sigma = ۳}$$

****

۱۵ - گزینه ۴

از فرمول دوم واریانس کمک می گیریم و ملاحظه می شود که تمام اطلاعات برای محاسبه ی واریانس داده شده است :

$$\sigma^{۲} = \frac{\sum x_i^{۲}}{n} - \bar{x}^{۲} \quad \rightarrow \quad \sigma^{۲} = \frac{۳۲۵۰}{۲۵} - (\frac{۲۷۵}{۲۵})^{۲} = ۱۳۰ - ۱۲۱ = ۹ \qquad \rightarrow \quad CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{۳}{۱۱} \simeq \boxed{۰/۲۷۲۷}$$

❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋

۱۶ - گزینه ۳

اطلاعات تعدادی و همچنین میانگین و واریانس هر دو گروه داده شده است و این دو گروه ادغام شده اند . اما تفاوتی که در این سوال با نمونه های مشابه دیده می شود این است که ، پس از ادغام ، میانگین دو گروه یکسان نیست و این مورد کار را کمی سخت و محاسبات را پیچیده تر می کند . ابتدا ببینیم پس از ادغام ، میانگین جدید چقدر خواهد شد :

$$\bar{x} = \frac{(۶\times۱۲)+(۹\times۱۴)}{۱۵} = ۱۳/۲$$

میانگین تغییر کرده است و نمی توانیم همانند مثال های قبل مسئله را حل کنیم . این اتفاق تنها یک بار در تاریخ کنکور و در همین سوال رخ داده است . برای حل ، به سراغ فرمول دوم واریانس برای گروه اول و دوم و گروه ادغامی می رویم :

$$۶ = \frac{?_{۱}}{۶} - (۱۲)^{۲} \quad \rightarrow \quad ?_{۱} = ۹۰۰ \qquad\qquad ۴ = \frac{?_{۲}}{۹} - (۱۴)^{۲} \quad \rightarrow \quad ?_{۲} = ۱۸۰۰$$

$$\sigma^{۲} = \frac{?_{۱}+?_{۲}}{۱۵} - (۱۳/۲)^{۲} = \frac{۹۰۰+۱۸۰۰}{۱۵} - (۱۷۴/۲۴)^{۲} = \boxed{۵/۷۶}$$

حال باید جذر این عدد را محاسبه کنیم که کمی دشوار است و بهتر است در این گونه موارد از توانِ دو رساندن گزینه ها کمک بگیریم که گزینه ی ۳ پاسخ صحیح این سوال است .

❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋

۱۷ - گزینه ۴

برای محاسبه میانگین باید تعداد هر گروه را در عدد مربوط به سن ضرب کرد . سطر بالا در جدول ، سن افراد و سطر

پائین ، تعداد افراد در هر سن می باشد :

$$\bar{x}=\frac{(۶\times ۱۰)+(۹\times ۱۲)+(۱۰\times ۱۴)+(۱۲\times ۱۵)+(۸\times ۱۶)+(۵\times ۱۸)}{۶+۹+۱۰+۱۲+۸+۵}=\frac{۷۰۶}{۵۰}=۱۴/۱۲$$

تعداد داده ها ۵۰ است و برای محاسبه ی میانه ، باید داده ۲۵ و ۲۶ را پیدا کنیم و میانگین آنها را تعیین کنیم که اعداد ۱۴ و ۱۵ به ترتیب دادده های شماره ۲۵ و ۲۶ را تشکیل می دهند که میانگین آنها ۱۴/۵ است . بنابراین اختلاف میانگین از میانه عدد ۰/۳۸ می باشد .

$$۶=\frac{?_۱}{۶}-(۱۲)^۲ \rightarrow ?_۱=۹۰۰ \qquad ۴=\frac{?_۲}{۹}-(۱۴)^۲ \rightarrow ?_۲=۱۸۰۰$$

$$\sigma^۲=\frac{?_۱+?_۲}{۱۵}-(۱۳/۲)^۲=\frac{۹۰۰+۱۸۰۰}{۱۵}-(۱۷۴/۲۴)^۲=\boxed{۵/۷۶}$$

حال باید جذر این عدد را محاسبه کنیم که کمی دشوار است و بهتر است در این گونه موارد از توانِ دو رساندن گزینه ها کمک بگیریم که گزینه ی ۳ پاسخ صحیح این سوال است .

❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊

❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊

۱۸ - گزینه ۳

ابتدا میانه اصلی و چارک های اول و سوم را تعیین می کنیم . داده ها را مرتب می کنیم و میانه ها را تعیین می کنیم :

۵۹ و ۵۷ و ۵۶ و ۵۴ و ۵۰ و ۴۶ و ۴۲ و ۳۹ و ۳۷ و ۳۲

داده های ۴۲ و ۴۶ و ۵۰ و ۵۴ درون جعبه قرار میگیرند که باید ضریب تغییرات آنها محاسبه شود :

$$\bar{x}=\frac{۴۲+۴۶+۵۰+۵۴}{۴}=\boxed{۴۸} \rightarrow \sigma^۲=\frac{(۶)^۲+(۲)^۲+(۲)^۲+(۶)^۲}{۴}=\frac{۸۰}{۴}=\boxed{۲۰} \rightarrow \boxed{\sigma=\sqrt{۲۰}=۲\sqrt{۵}=۴/۴}$$

$$CV=\frac{۴/۴}{۴۸}=\boxed{۰/۰۹}$$

❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊

۱۹ - گزینه ۱

گزینه ها به صورت زیر اصلاح شوند :

۱۴/۲ **۱۴/۲۵** **۱۴/۴** **۱۴/۷۵**

برای محاسبه میانگین باید تعداد هر گروه را در عدد مربوط به سن ضرب کرد . سطر بالا در جدول ، سن افراد و سطر پائین ، تعداد افراد در هر سن می باشد :

$$\bar{x}=\frac{(5\times10)+(8\times12)+(7\times14)+(10\times15)+(6\times17)+(4\times18)}{5+8+7+10+6+4}=\frac{568}{40}=14/2$$

****

۲۰ - گزینه ۲

ابتدا میانه اصلی و چارک های اول و سوم را تعیین می کنیم . داده ها را مرتب می کنیم و میانه ها را تعیین می کنیم ، خواسته ی سوال محاسبه ی چارکها است :

۳۰/۲ و ۱۳/۵ و ۱۲/۸ و ۱۲/۷ و ۱۲/۳ و ۱۱/۹ و ۱۱/۵ و ۱۱/۲ و ۱۰/۶ و ۱۰/۶

ملاحظه می شود که مقادیر Q_1 ، Q_2 ، Q_3 به ترتیب ، ۱۱/۲ و $\frac{11/9+12/3}{2}=12/1$ و ۱۲/۸ می باشد و خواسته ی سوال به ترتیب زیر محاسبه خواهد شد :

$$\frac{Q_1+Q_3-2Q_2}{Q_3-Q_1}=\frac{11/2+12/8-2(12/1)}{12/8-11/2}=\boxed{-0/125}$$

۲۱-گزینه ۳

ابتدا تعداد کل داده ها را بدست می آوریم که برابر ۴۵۰ می باشد . برای بدست آوردن زاویه مورد نظر ، کافی است تناسب زیر را حل نماییم : $\frac{120}{450}=\frac{\alpha}{360}\rightarrow\boxed{\alpha=96}$

****

۲۲-گزینه ۴

رابطه میانگین را برای داده های موجود نوشته و به کمک آن میانگین داده های جدید را محاسبه می کنیم :

$$\bar{x}_1=\frac{x_1+x_2+\dots+x_{21}+10+15+45+50}{25}=30 \rightarrow x_1+x_2+\dots+x_{21}+120=750 \rightarrow x_1+x_2+\dots+x_{21}=630$$

$$\bar{x}_2=\frac{x_1+x_2+\dots+x_{21}}{21} \xrightarrow{x_1+x_2+\dots+x_{21}=630} \bar{x}_2=\frac{630}{21}=30$$

انحراف معیار داده های اولیه برابر ۸ است پس واریانس آنها برابر ۶۴ می باشد :

$$\sigma=8 \Rightarrow \sigma^2=64 \rightarrow \frac{\sum_{i=1}^{25}(x_i-\bar{x})^2}{25}=\frac{\sum_{i=1}^{25}(x_i-30)^2}{25}=64 \rightarrow \sum_{i=1}^{25}(x_i-30)^2=1600$$

بنابراین مجموع مربعات انحراف از میانگین همه ۲۵ داده اولیه برابر ۱۶۰۰ است . حال باید مجموع مربعات انحراف از میانگین این ۴ داده ی ناجور را محاسبه کرده و از ۱۶۰۰ کم نماییم :

$$(10-30)^2+(15-30)^2+(45-30)^2+(50-30)^2=1250 \qquad \sum_{i=1}^{21}(x_i-30)^2=1600-1250=350$$

حال واریانس ۲۱ داده باقی مانده را حساب می کنیم :

$$\sigma^2_2=\frac{\sum_{i=1}^{21}(x_i-30)^2}{21}=\frac{350}{21}=16/66$$

****

۲۳-گزینه ۱

با توجه به نمودار داده شده ، max داده ها برابر ۹۵ و min آنها برابر ۶۰ می باشد و چون طبق فرض ، این نمرات به ۵ گروه دسته بندی شده اند ، طول هر دسته برابر $7=\frac{95-60}{5}$ می باشد و دسته ها به صورت زیر می باشند :

$$[60,67) \;,\; [67,74) \;,\; [74,81) \;,\; [81,88) \;,\; [88,95]$$

اگر مرکز هر دسته را پیدا کنیم ، مرکز دسته سوم برابر ۷۷/۵ بدست می آید که باید فراوانی نسبی آن را محاسبه کنیم . با توجه به جدول فقط ۲ داده ۷۵ و ۷۶ در این دسته قرار دارند و هم چنین تعداد کل داده ها برابر ۲۰ می باشد . بنابراین داریم : $f=\frac{2}{20}=0/1$

****

۲۴-گزینه ۳

از میان داده های ۱۴ و ۱۶ و ۱۶ ، دو داده در دسته $[15-18)$ و یک داده هم در دسته $[12-15)$ قرار دارند .بنابراین

پس از حذف آنها تعداد داده های موجود در دسته $(۱۸-۱۵]$ برابر ۱۹ و در دسته $(۱۵-۱۲]$ برابر ۱۲ می شود .همچنین تعداد جدید کل داده ها برابر است با : $۵۷=۱۹+۱۷+۱۲+۹$

با توجه به این که دسته $(۱۸-۱۵]$ فراوانی بیشتری نسبت به سایر دسته ها دارد ، پس در نمودار دایره ای ، زاویه بزرگتری را به خود اختصاص می دهد : $\frac{۱۹}{۵۷}=\frac{\alpha}{۳۶۰} \rightarrow \boxed{\alpha=۱۲۰^\circ}$

****

۲۵-گزینه ۱

در نمودار داده شده ، میانه اصلی برابر ۶۲ ، چارک اول برابر ۵۵ و چارک سوم برابر ۷۱ می باشد . لذا داده های داخل جعبه عبارتند از :

$$۵۶ \quad ۵۷ \quad ۵۹ \quad ۵۹ \quad ۶۰ \quad ۶۰ \quad ۶۲ \quad ۶۳ \quad ۶۳ \quad ۶۵ \quad ۶۵ \quad ۶۶ \quad ۷۱$$

$$\xrightarrow{-۶۲} -۶ \quad -۵ \quad -۳ \quad -۳ \quad -۲ \quad -۲ \quad ۰ \quad ۱ \quad ۱ \quad ۳ \quad ۳ \quad ۴ \quad ۹$$

$$\bar{x}=\frac{-۶-۵-۳-۳-۲-۲+۰+۱+۱+۳+۳+۴+۹}{۱۳}+۶۲=۰$$

بنابراین تفاضل میانه از میانگین داده های داخل جعبه برابر صفر می باشد .

****

۲۶-گزینه ۴

$$\alpha=۳۶۰-(۶۵+۸۰+۱۰+۷۰)=۱۳۵ \rightarrow \frac{۱۳۵}{۳۶۰}\times ۱۰۰=۳۷/۵\%$$

****

۲۷-گزینه ۲

رابطه میانگین را برای اضلاع و مساحت های n مربع می نویسیم :

$$\bar{a}=\frac{a_۱+...+a_n}{n}=۸ \qquad \bar{S}=\frac{S_۱+...+S_n}{n}=۶۵/۴۴$$

می دانیم در یک مربع رابطه بین مساحت و ضلع مربع به صورت $S=a^۲$ می باشد ، لذا داریم :

$$\bar{S}=\frac{S_۱+...+S_n}{n}=۶۵/۴۴ \xrightarrow{S=a^۲} \bar{S}=\frac{a_۱{}^۲+...+a_n{}^۲}{n}=۶۵/۴۴$$

برای بدست آوردن ضریب تغییرات باید واریانس و به کمک آن انحراف معیار را محاسبه کنیم . می دانیم واریانس برابر است با : $\sigma^۲=\frac{\sum x_i{}^۲}{n}-\bar{x}^۲$

$$\sigma^۲=\frac{\sum a_i^۲}{n}-\bar{a}^۲ \xrightarrow[n]{\sum a_i^۲=۶۵/۴۴} \sigma^۲=۶۵/۴۴-۸^۲=۱/۴۴ \rightarrow \sigma=۱/۲$$

بنابراین ضریب تغییرات در طول اضلاع این مربع ها برابر است با : $CV=\frac{\sigma}{\bar{a}}=\frac{۱/۲}{۸}=\boxed{۰/۱۵}$

****

۲۸ – گزینه ۲

ابتدا باید تعداد کل کارکنان را بدست آوریم :

$$\alpha=۳۶۰-(۷۰+۷۵+۱۰۰+۳۵)=۸۰ \rightarrow \frac{۳۳}{n}=\frac{۸۰}{۳۶۰} \rightarrow \boxed{n=۱۴۴}$$

حال برای بدست آوردن تعداد افراد دارای گروه خونی B ، با توجه به اینکه زاویه مربوط به آن در نمودار دایره ای برابر ۷۵ درجه می باشد ، کافی است تناسب رو به رو را حل نماییم : $\frac{۷۵}{۳۶۰}=\frac{f_i}{۱۴۴} \rightarrow \boxed{f_i=۳۰}$

****

۲۹ – گزینه ۳

میانگین مساحت مربع ها برابر است با :

$$\bar{S}=\frac{S_۱+...+S_n}{n} \xrightarrow{S=a^۲} \bar{S}=\frac{a_۱^۲+...+a_n^۲}{n}=\frac{\sum (a_i)^۲}{n}$$

می دانیم رابطه واریانس به صورت $\sigma^۲=\frac{\sum x_i^۲}{n}-\bar{x}^۲$ می باشد . بنابراین برای یافتن خواسته مسئله کافی است به کمک میانگین و ضریب تغییرات ، واریانس را محاسبه کنیم :

$$CV=\frac{\sigma}{\bar{a}} \rightarrow \sigma=۱۵\times ۰/۲=۳ \rightarrow \sigma^۲=۹$$

$$\sigma^۲=\frac{\sum (a_i)^۲}{n}-(\bar{a})^۲ \rightarrow \frac{\sum (a_i)^۲}{n}=۹+۲۲۵=\boxed{۲۳۴}$$

****

۳۰ – گزینه ۲

نمودار جعبه ای این ۲۳ داده باید به صورت زیر باشد :

در سمت چپ ۵ داده وجود دارد که میانگین آنها برابر ۲۱/۶ می باشد ، لذا مجموع این ۵ داده برابر است با : $۲۱/۶ \times ۵ = ۱۰۸$.

در سمت راست هم ۵ داده وجود دارد که میانگین آنها برابر ۳۳ است . پس مجموع این داده ها برابر $۵ \times ۳۳ = ۱۶۵$ می باشد .

در داخل و روی جعبه ۱۳ داده وجود دارد که میانگین آنها برابر ۲۵ می باشد . بنابراین مجموع این ۱۳ داده برابر $۳۲۵ = ۲۵ \times ۱۳$ می باشد .

بنابراین میانگین کل این داده ها برابر است با : $$\bar{x} = \frac{۱۰۸ + ۱۶۵ + ۳۲۵}{۲۳} = \frac{۵۹۸}{۲۳} = \boxed{۲۶}$$

****

۳۱ - گزینه ۲

ابتدا باید تعیین کنیم چه کسری از داده ها (فراوانی نسبی) در گروه B قرار دارند . بلندیه میله ی B برابر ۷۴ است و مجموع بلندیه همه ی میله ها برابر ۳۳۳ است . بنابراین در گروه B ، $\frac{۷۴}{۳۳۳}$ داده ها قرار دارند که کافیست تعیین کنیم ، چه میزان از کل دایره را به خود اختصاص داده اند که با یک تناسبِ ساده به نتیجه خواهیم رسید :

$$\frac{۷۴}{۳۳۳} = \frac{\theta}{۳۶۰} \rightarrow \frac{۷۴}{۱۱۱} = \frac{\theta}{۱۲۰} \rightarrow \frac{۷۴}{۳۷} = \frac{\theta}{۴۰} \rightarrow \frac{۲}{۱} = \frac{\theta}{۴۰} \rightarrow \boxed{\theta = ۸۰}$$

****

۳۲ - گزینه ۳

ابتدا جدول فراوانی تجمعی را به جدول فراوانی مطلق تبدیل می کنیم :

مرکز دسته	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴
فراوانی مطلق	۷	۹	۱۷	۱۱	۶

حال جدول ملایم را تشکیل می دهیم یعنی از اعداد سطر بالا ۱۰ واحد کم می کنیم :

مرکز دسته	۴-	۲-	۰	۲	۴
فراوانی مطلق	۷	۹	۱۷	۱۱	۶

میانگین جدول را محاسبه می کنیم : $\bar{x} = ۱۰ + \frac{۱(-۴)+۲(۲)}{۵۰} = ۱۰$

با به دست آمدن میانگین به سراغ محاسبه ی واریانس می رویم :

$$\sigma^{۲} = \frac{۷(۱۰-۶)^{۲} + ۹(۱۰-۸)^{۲} + ۱۷(۱۰-۱۰)^{۲} + ۱۱(۱۰-۱۲)^{۲} + ۶(۱۰-۱۴)^{۲}}{۵۰} = \frac{۱۱۲+۳۶+۰+۴۴+۹۶}{۵۰} = \frac{۲۸۸}{۵۰} = \frac{۱۴۴}{۲۵}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{۱۴۴}{۲۵}} = \boxed{\frac{۱۲}{۵}} \rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\frac{۱۲}{۵}}{۱۰} = \frac{۱۲}{۵۰} \xrightarrow{\times ۲} \frac{۲۴}{۱۰۰} = \boxed{۰/۲۴}$$

❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋

۳۳-گزینه ۲

برای دسته بندی کردن داده های آماری اولین اقدام توجه به بیشترین و کمترین داده و همچنین تعداد دسته ها است . با توجه به نمودار داده شده ، max داده ها برابر ۳۸ و min آنها برابر ۱۱ می باشد و چون طبق فرض ، این نمرات به ۵ گروه دسته بندی شده اند ، طول هر دسته برابر $۵/۴ = \frac{۲۷}{۵} = \frac{۳۸-۱۱}{۵}$ می باشد و دسته ها به صورت زیر دسته بندی می شوند :

$$[۱۱,۱۶/۴) \ , \ [۱۶/۴,۲۱/۸) \ , \ [۲۱/۸,۲۷/۲) \ , \ [۲۷/۲,۳۲/۶) \ , \ [۳۲/۶,۳۸]$$

دسته ی وسط $[۲۱/۸,۲۷/۲)$ است که باید با توجه به نمودار داده شده تعیین کنیم چه تعداد از داده ها در این دسته قرار دارند که ملاحظه می شود داده های ۲۳ و ۲۴ و ۲۵ و ۲۸ در این دسته قرار دارند که ۴ داده می باشد و اگر عدد ۴ را به کل داده ها یعنی ۲۳ تقسیم کنیم فراوانی نسبی به دست می آید و اگر جواب را در عدد صد ضرب کنیم درصد فراوانی نسبی تعیین می شود که به مقدار $۱۷/۳۹ = \frac{۴}{۲۳} \times ۱۰۰$ می رسیم و با توجه به اینکه این عدد در گزینه ها وجود ندارد نزدیکترین گزینه یعنی ۱۸ را انتخاب می کنیم !

❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋

۳۴ - گزینه ؟

در سطر دوم جدول ، فراوانی تجمعی نوشته شده است که باید به فراوانی مطلق تغییر پیدا کند و همچنین پاسخ تست هم در گزینه ها موجود نیست (اشتباه طراحان کنکور)

جدول ملایم را تشکیل می دهیم یعنی از اعداد سطر بالا ۱۶ واحد کم می کنیم :

۴	۲	۰	۲-	۴-	مرکز دسته
۶	۱۱	۱۷	۹	۷	فراوانی مطلق

میانگین جدول را محاسبه می کنیم :

$$\bar{x} = 10 + \frac{1(-4) + 2(2)}{50} = 10$$

با به دست آمدن میانگین به سراغ محاسبه ی واریانس می رویم :

$$\sigma^2 = \frac{7(10-6)^2 + 9(10-8)^2 + 17(10-10)^2 + 11(10-12)^2 + 6(10-14)^2}{50} = \frac{112 + 36 + 0 + 44 + 96}{50} = \frac{288}{50} = \frac{144}{25}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{144}{25}} = \boxed{\frac{12}{5}} \rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\frac{12}{5}}{10} = \frac{12}{50} \xrightarrow{\times 2} \frac{24}{100} = \boxed{0/24}$$

****

۳۵ - گزینه ۲

ابتدا جدول ملایم را تشکیل می دهیم یعنی از اعداد سطر بالا ۱۷ واحد کم می کنیم :

۱۰	۵	۰	۵-	۱۰-	مرکز دسته
۴	a	۸	۵	۲	فراوانی مطلق

میانگین جدول را محاسبه می کنیم :

$$\bar{x} = 17 + \frac{2(10) + 5(-5) + a(5)}{19 + a} = 18 \rightarrow \frac{-5 + 5a}{19 + a} = 1 \rightarrow 19 + a = -5 + 5a \rightarrow \boxed{a = 6}$$

با به دست آمدن a ، در صد فراوانی نسبی دسته ی خواسته شده که دقیقا مربوط به دسته ی چهارم هست را تعیین می کنیم که از تقسیم عدد a بر تعداد کل فراوانی ها که برابر با ۲۵ است به دست می آید : $\frac{۶}{۲۵}\times ۱۰۰ = ۲۴\%$

❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋

۳۶ - گزینه ۴

ابتدا جدول ملایم را تشکیل می دهیم یعنی از اعداد سطر بالا ۱۹ واحد کم می کنیم :

مرکز دسته	۴-	۲-	۰	۲	۴
فراوانی مطلق	۶	۸	۷	۱۰	۹

میانگین جدول را محاسبه می کنیم :

$$\bar{x} = ۱۹ + \frac{۳(۴)+۲(۲)}{۴۰} = ۱۹ + \frac{۱۶}{۴۰} = ۱۹ + ۰/۴ = \boxed{۱۹/۴}$$

حال به سراغ محاسبه واریانس می رویم (البته توجه داریم که رند نشدن عدد میانگین کار را برای محاسبه ی واریانس سخت می کند که این اتفاق به ندرت در تستهای کنکور رخ می دهد)

$$\sigma^۲ = \frac{۶(۱۹/۴-۱۵)^۲ + ۸(۱۹/۴-۱۷)^۲ + ۷(۱۹/۴-۱۹)^۲ + ۱۰(۱۹/۴-۲۱)^۲ + ۹(۱۹/۴-۲۳)^۲}{۴۰} =$$

$$\frac{۱۱۶/۱۶ + ۴۶/۰۸ + ۱/۱۲ + ۲۵/۶ + ۱۱۶/۱۶}{۴۰} = \frac{۳۰۵/۶}{۴۰} = ۷/۶۴$$

❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋

۳۷ - گزینه ۱

جدول داده شده و گزینه ها باید به صورت زیر اصلاح شود :

۱) ۰/۰۵

۲) ۰/۰۸

$x-۴۴$	۳-	۱-	۱	۳	۵
فراوانی	۴	۷	۵	۳	۱

۳) ۰/۱

۴) ۰/۲

از اعداد جدول در سطر بالا ۴۴ واحد کم شـده است یعنـی بایـد حواسـمان باشـد کـه پـس از محاسـبه ی میـانگین جـدول داده شده که باید ۴۴ واحد به آن اضافه کنیم تا میـانگین تعیـین شـود (توجـه داریـم کـه جـدول داده شـده ملایـم اسـت) :

میانگین جدول را محاسبه می کنیم : $\bar{x} = ۴۴ + \frac{۱(-۳)+۲(-۱)+۱(۵)}{۲۰} = \boxed{۴۴}$

با به دست آمدن میانگین به سراغ محاسبه ی واریانس مـی رویـم ، بـرای محاسـبه ی واریـانس مـی تـوانیم از همـین اعـداد جدول ملایم کمک بگیریم :

$$\sigma^۲ = \frac{۴(-۳)^۲ + ۷(-۱)^۲ + ۵(۱)^۲ + ۳(۳)^۲ + ۱(۵)^۲}{۲۰} = \frac{۱۰۰}{۲۰} = \boxed{۵}$$

$$\sigma = \sqrt{۵} \to CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{۵}}{۴۴} = \frac{۲/۲}{۴۴} = \frac{۱/۱}{۲۲} = \frac{۱}{۲۰} = \boxed{۰/۰۵}$$

❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋

۳۸ – گزینه ۲

دقت کاری فردی بیشتر است کـه ضـریب تغییـراتش کمتـر باشـد . بنـابراین ضـریب تغییـرات هـر دو نفـر را محاسـبه مـی کنیم :

$A : ۱۵ , ۱۴ , ۱۵ , ۱۶ , ۱۷ , ۱۹$ $B : ۱۶ , ۱۴ , ۱۷ , ۱۴ , ۱۷ , ۱۸$

$$\bar{x}_A = \frac{۹۶}{۶} = ۱۶ \to \sigma^۲_A = \frac{۱ + ۴ + ۱ + ۰ + ۱ + ۹}{۶} = \frac{۱۶}{۶} = \frac{۸}{۳} \to CV_A = \frac{\sqrt{\frac{۸}{۳}}}{۱۶}$$

$$\bar{x}_B = \frac{۹۶}{۶} = ۱۶ \to \sigma^۲_B = \frac{۰ + ۴ + ۱ + ۴ + ۱ + ۴}{۶} = \frac{۱۴}{۶} = \frac{۷}{۳} \to CV_B = \frac{\sqrt{\frac{۷}{۳}}}{۱۶}$$

ملاحظه می شود که دقـت کاریـه کـارگر B بیشـتر اسـت . البتـه از آنجائیکـه میـانگینِ هـر دو کـارگر یکسـان شـد مـی توانستیم فقط واریانس را محاسبه کنیم و با مقایسـه واریانسـها تعیـین کنـیم کـدام کـارگر ضـریب تغییـرات کمتـری دارد . زیرا مخرجِ کسرِ ضریب تغییرات هـر دو کـارگر یکسـان اسـت و کـارگری ضـریب تغییـرات کمتـری دارد کـه واریـانس و بـه

دنبال آن انحراف معیار کمتری داشته باشد .

****

۳۹ - گزینه ۴

با توجه به اینکه در سطر دوم جدول فراوانیه نسبی داده شده است باید جمع اعداد جدول برابر با یک باشد بنابراین $\alpha = ۰/۴۵$ به دست می آید . جدول ملایم را تشکیل می دهیم یعنی از اعداد سطر بالا ۱۶ واحد کم می کنیم :

مرکز دسته	۸-	۴-	۰	۴
فراوانی	۰/۱	۰/۲۵	۰/۲	۰/۴۵

برای محاسبه ی میانگین می توانیم از همین اعداد کمک بگیریم و
اگر کار با اعداد اعشاری را ترجیح نمی دهیم ، می توانیم اعداد سطر دوم را در هر عدد دلخواهی ضرب کنیم . مثلا اعداد را در ۱۰۰ ضرب می کنیم تا جدول به صورت زیر تبدیل شود :

مرکز دسته	۸-	۴-	۰	۴
فراوانی	۱۰	۲۵	۲۰	۴۵

میانگین جدول را محاسبه می کنیم :

$$\bar{x} = ۱۶ + \frac{۱۰(-۸)+۲۰(۴)}{۱۰۰} = \boxed{۱۶}$$

با به دست آمدن میانگین به سراغ محاسبه ی واریانس می رویم :

$$\sigma^۲ = \frac{۱۰(-۸)^۲ + ۲۵(-۴)^۲ + ۲۰(۰)^۲ + ۴۵(۴)^۲}{۱۰۰} = \frac{۶۴۰ + ۴۰۰ + ۰ + ۷۲۰}{۱۰۰} = \frac{۱۷۶۰}{۱۰۰} = \boxed{۱۷/۶}$$

****

۴۰ - گزینه ۴

ابتدا داده ها را از کوچک به بزرگ مرتب می کنیم :

۵۰ , ۶۳ , ۶۴ , ۶۵ , ۶۶ , ۷۰ , ۷۷ , x

از سه پارامتر میانه ، مد و میانگین ، فقط می توانیم عدد مربوط به میانه را محاسبه کنیم که بین اعداد ۶۵ و ۶۶ قرار

دارد که ۶۵/۵ میانه ی داده های مورد نظر است . حال به سراغ تعیین میانگین می رویم تا مجهول $\mathbf{x}$ را به دست آوریم :

$$\bar{x} = \frac{۵۰ + ۶۳ + ۶۴ + ۶۵ + ۶۶ + ۷۰ + ۷۷ + x}{۸} = \frac{۴۵۵ + x}{۸} = ۶۵/۵ \rightarrow ۴۵۵ + x = ۵۲۴ \rightarrow \boxed{x = ۶۹}$$

یعنی اگر داده ی ۶۹ به داده ها اضافه شود ، میانه و میانگین برابر خواهند شد اما ملاحظه می شود که با وارد شدن این داده به داده ها ، مد نمی تواند ۶۹ شود . بنابراین داده ی ۶۹ فقط می تواند باعث برابریه میانه و میانگین شود و شرط یکسان شدن مد را بر آورده نمی کند .

****

۴۱ - گزینه ۳

اولین موردی که در این تست باید به آن توجه شود این است که دو داده ی ۲۹ و ۳۲ به کدام دسته تعلق دارند و باید به کدام گروه اضافه شوند زیرا بر روی محور افقی این دو عدد دیده نمی شوند . بنابراین باید داده ها را به صورت پیوسته تبدیل کنیم تا معلوم شود این دو داده به کدام دسته تعلق دارد ، فاصله ی دسته ها روی محور افقی برابر ۳ است بنابراین طول دسته ها هم ۳ خواهد بود . حال کافیست به اولین داده ۱/۵ واحد اضافه و کم کنیم :

$$[۲۲/۵ , ۲۵/۵) \quad , \quad [۲۵/۵ , ۲۸/۵) \quad , \quad [۲۸/۵ , ۳۱/۵) \quad , \quad [۳۱/۵ , ۳۴/۵) \quad , \quad [۳۴/۵ , ۳۷/۵)$$

حال معلوم شد که داده ی ۲۹ به دسته ی سوم و داده ی ۳۲ به دسته ی چهارم تعلق دارد . بنابراین فراوانیه دسته ی وسط که ۱۲ بوده است به ۱۳ افزایش می یابد و کل داده ها که برابر با ۵۰ بوده است به ۵۲ تغییر می یابد . بنابراین خواسته ی مسئله که درصد فراوانیه دسته ی وسط است ، به صورت زیر محاسبه می شود :

$$\frac{۱۳}{\cancel{۵۲}} \times \cancel{۱۰۰} = \frac{۱۳}{۱۳} \times ۲۵ = \boxed{۲۵}$$

****

۴۲ - گزینه ۳

جدول ملایم را تشکیل می دهیم یعنی از اعداد سطر بالا ۱۶ واحد کم می کنیم :

مرکز دسته	۴-	۲-	۰	۲	۴
فراوانی مطلق	۵	۷	۱۰	a	۳

میانگین جدول را محاسبه می کنیم و برابر با ۱۶ قرار می دهیم :

$$\bar{x}=\cancel{16}+\frac{2(-4)+7(-2)+a(2)}{25+a}=\cancel{16}\rightarrow\frac{2(-4)+7(-2)+a(2)}{25+a}=0\rightarrow 2(-4)+7(-2)+a(2)=0\rightarrow\boxed{a=11}$$

با به دست آمدن مقدار مجهول در جدول به سراغ محاسبه ی واریانس می رویم :

$$\sigma^2=\frac{5(16-12)^2+7(16-14)^2+10(16-16)^2+11(16-18)^2+3(16-20)^2}{36}=\frac{80+28+0+44+48}{36}=\frac{200}{36}=\frac{50}{9}=\boxed{5/55}$$

❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋

۴۳ - گزینه ۱

❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋

۴۴ - گزینه ۲

ابتدا مراکز دسته ها را تعیین کرده و داده ها را در جدول قرار می دهیم :

مرکز دسته	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸
فراوانی مطلق	۸	۱۱	۱۶	۱۴	۱۱

جدول ملایم را تشکیل می دهیم یعنی از اعداد سطر بالا ۱۴ واحد کم می کنیم :

مرکز دسته	۴-	۲-	۰	۲	۴
فراوانی مطلق	۸	۱۱	۱۶	۱۴	۱۱

میانگین جدول را محاسبه می کنیم : $\bar{x}=14+\frac{3(4)+2(2)}{60}=14+\frac{16}{60}=14+\frac{4}{15}\simeq 14/27$

با توجه به گزینه ها عدد نزدیک یعنی ۱۴/۳ را انتخاب می کنیم .

****

۴۵ – گزینه ۴

ابتدا داده ها را در جدول قرار می دهیم :

۱۱	۹	۷	۵	۳	مرکز دسته
۳	۵	۸	۷	۲	فراوانی مطلق

جدول ملایم را تشکیل می دهیم یعنی از اعداد سطر بالا ۷ واحد کم می کنیم :

۴	۲	۰	۲-	۴-	مرکز دسته
۳	۵	۸	۷	۲	فراوانی مطلق

میانگین جدول را محاسبه می کنیم : $\bar{x} = ۷ + \frac{۱(۴)+۲(-۲)}{۲۵} = \boxed{۷}$

به سراغ محاسبه ی واریانس می رویم :

$$\sigma^۲ = \frac{۲(-۴)^۲ + ۷(-۲)^۲ + ۸(۰)^۲ + ۵(۲)^۲ + ۳(۴)^۲}{۲۵} = \frac{۳۲ + ۲۸ + ۰ + ۲۰ + ۴۸}{۲۵} = \frac{۱۲۸}{۲۵} \xrightarrow{\times ۴} \frac{۵۱۲}{۱۰۰} = \boxed{۵/۱۲}$$

****

۴۶ – گزینه ۱

ضریب تغییرات داده های اولیه را محاسبه می کنیم :

$$\bar{x} = \frac{۱+۲+۳+۴+۵}{۵} = \boxed{۳} \rightarrow \sigma^۲ = \frac{(۲)^۲ + (۱)^۲ + (۰)^۲ + (۱)^۲ + (۲)^۲}{۵} = \frac{۱۰}{۵} = \boxed{۲} \rightarrow \boxed{\sigma = \sqrt{۲}}$$

داده های جدید در عدد ۱۲ ضرب شده اند و با عدد ۶ جمع شده اند که این دو تغییر روی میانگین داده های اولیه اثر می گذارد و میانگین داده های جدید ۴۲ به دست می آید . انحراف معیار روی عمل جمع بی تاثیر است و فقط روی

عمل ضرب تاثیر می پذیرد و ۱۲ برابر می شود یعنی انحراف معیار داده های جدید برابر با $۱۲\sqrt{۲}$ خواهد شد و در نتیجه ضریب تغییرات داده های جدید برابر با $CV=\frac{۱۲\sqrt{۲}}{۴۲}=\frac{۲\sqrt{۲}}{۷}\simeq\frac{۲(۱/۴)}{۷}=۲(۰/۲)=\boxed{۰/۴}$ به دست خواهد آمد .

✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻

۴۷ - گزینه ۱

ابتدا مراکز دسته ها را تعیین کرده و داده ها را در جدول قرار می دهیم :

مرکز دسته	۵	۷	۹	۱۱	۱۳
فراوانی مطلق	۵	۸	۱۰	۷	۲

جدول ملایم را تشکیل می دهیم یعنی از اعداد سطر بالا ۹ واحد کم می کنیم :

مرکز دسته	−۴	−۲	۰	۲	۴
فراوانی مطلق	۵	۸	۱۰	۷	۲

میانگین جدول را محاسبه می کنیم :

$$\bar{x}=۹+\frac{۳(-۴)+۱(-۲)}{۳۲}=۹+\frac{-۱۴}{۳۲}=۹-\frac{۷}{۱۶}\simeq ۹-۰/۴۴=\boxed{۸/۵۶}$$

✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻

۴۸ - گزینه ۲

دقت کاری دستگاهی بیشتر است که ضریب تغییراتش کمتر باشد . بنابراین ضریب تغییرات هر دو دستگاه را محاسبه می کنیم :

$$CV_A=\frac{۳/۶}{۱۵۰}=۰/۰۲۴ \qquad CV_B=\frac{۳/۸۴}{۱۶۰}=۰/۰۲۴$$

ملاحظه می شود که دقت کاریه هر دو دستگاه یکسان است

تذکر : برای محاسبه ی این نوع تقسیم ها که به ظاهر زمان گیر هستند کافیست از ممیزها صرف نظر کنید و به تعداد دلخواه ، رقم صفر در جلوی عدد موجود در صورت کسر قرار دهید . مثلا برایی کسر اول می توانیم عدد ۳۶۰۰ را بر ۱۵ تقسیم کنیم و یا مثلا برای کسر دوم عدد ۳۸۴۰ را بر ۱۶ تقسیم کنیم

❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋

۴۹ - گزینه ۴

ابتدا داده ها را از کوچک به بزرگ مرتب می کنیم :

۲۵ , ۲۶ , ۲۷ , ۲۹ , ۳۱ , ۳۳ , ۳۴ , ۳۵ , ۳۶ , ۴۰ , ۴۱ , ۴۲ , ۴۴

میانه اصلی روی عدد ۳۴ و چارک اول بین اعداد ۲۷ و ۲۹ و چارک سوم بین اعداد ۴۰ و ۴۱ قرار می گیرد و اعداد زیر درون جعبه واقع می شوند :

۲۹ , ۳۱ , ۳۳ , ۳۴ , ۳۵ , ۳۶ , ۴۰

حال به محاسبه میانگین و در ادامه واریانس می پردازیم :

$$\bar{x} = \frac{۲۹+۳۱+۳۳+۳۴+۳۵+۳۶+۴۰}{۷} = \frac{۲۳۸}{۷} = ۳۴$$

$$\sigma^۲ = \frac{(۲۹-۳۴)^۲+(۳۱-۳۴)^۲+(۳۳-۳۴)^۲+(۳۴-۳۴)^۲+(۳۵-۳۴)^۲+(۳۶-۳۴)^۲+(۴۰-۳۴)^۲}{۷} =$$

$$\frac{۲۵+۹+۱+۰+۱+۴+۳۶}{۷} = \frac{۷۶}{۷} = \boxed{۱۰/۸۵}$$

❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋

۵۰ - گزینه ۲

با توجه به جدول ، مد عدد ۳۲ است که اگر از تمام داده ها کم شود به اعداد زیر می رسیم :

$$-۹ , -۷ , -۷ , -۵ , -۵ , -۲ , -۱ , ۰ , ۰ , ۰ , ۱ , ۴ , ۱۰ , ۱۲ , ۱۲ , ۱۳ \quad \rightarrow \quad \bar{x} = \frac{۱۶}{۱۶} = \boxed{۱}$$

❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋

۵۱ - گزینه ۲

با شمارش برگ ها به ۲۱ داده می رسیم که میانه وسط ، دومین عدد ۵۲ است و چارک اول بین دو عدد ۴۴ و ۴۵ و

چارک سوم بین دو عدد ۶۰ و ۶۲ قرار دارد . به عبارت دیگر از عدد ۴۵ تا ۶۰ ، اعداد ، درون جعبه قرار می گیرند که میانه همان عدد ۵۳ و میانگین به صورت زیر محاسبه می شود :

$$\bar{x} = \frac{۴۵+۴۸+۴۹+۵۱+۵۲+۵۲+۵۴+۵۶+۵۷+۵۸+۶۰}{۱۱} = \frac{۵۸۲}{۱۱} = ۵۲/۹$$

اختلاف این عدد از میانه که ۵۲ است برابر با ۰/۹ خواهد بود .

****

۵۲ - گزینه ۱

ابتدا جدول ملایم را تشکیل می دهیم یعنی از اعداد سطر بالا ۳۱ واحد کم می کنیم :

مرکز دسته	۴	۲	۰	۲-	۴-
فراوانی مطلق	۹	۱۱	۱۳	۱۰	۷

میانگین جدول را محاسبه می کنیم :

$$\bar{x} = ۳۱ + \frac{۲(۴)+۱(۲)}{۵۰} = \boxed{۳۱/۲}$$

حال به سراغ محاسبه واریانس می رویم (البته توجه داریم که رند نشدن عدد میانگین کار را برای محاسبه ی واریانس سخت می کند که این اتفاق به ندرت در تستهای کنکور رخ می دهد)

$$\sigma^۲ = \frac{۷(۳۱/۲-۲۷)^۲+۱۰(۳۱/۲-۲۹)^۲+۱۳(۳۱/۲-۳۱)^۲+۱۱(۳۱/۲-۳۳)^۲+۹(۳۱/۲-۳۵)^۲}{۵۰} = \frac{۳۳۸}{۵۰} = ۶/۷۶$$

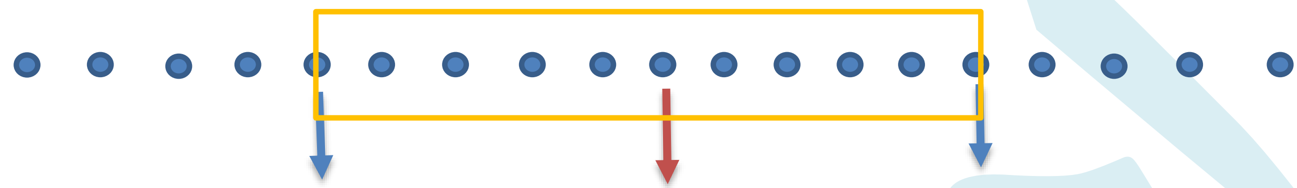
$$\sigma = \sqrt{۶/۷۶} \simeq \boxed{۲/۶}$$

تذکر : با توجه به محاسبات غیرمنطقی که در این تست با آن مواجه هستیم و همچنین رادیکال و جذر گرفتن ، می توانیم از توانِ ۲ رساندن گزینه ها هم کمک بگیریم .

****

۵۳ – گزینه ۲

تعداد داده ها ۱۹ تاست و با توجه به تعداد داده ها می توانیم تعیین کنیم که داخل جعبه و سمت راست و چپ جعبه ، چه تعداد از داده ها قرار دارد .



ملاحظه می شود که تعداد داده های رو و درونِ جعبه ، ۱۱ ، دنباله ی سمت راست و چپ هر کدام ۴ داده را شامل می شوند که با داشتن میانگین هر یک از این گروه ها ، می توانیم میانگین کلی را محاسبه کنیم :

$$\bar{x} = \frac{۱۱(۱۵/۲)+۴(۱۱)+۴(۱۷/۵)}{۱۹} = \frac{۲۸۱/۲}{۱۹} = \boxed{۱۴/۸}$$

****

۵۴ – گزینه ۴

ابتدا جدول ملایم را تشکیل می دهیم یعنی از اعداد سطر بالا ۱۴ واحد کم می کنیم :

توجه داریم که تعداد دسته ها زوج است بنابراین تقارنِ کاملی را که در جداول قبلی داشتیم دراین جدول نمی توانیم داشته باشیم

مرکز دسته	-۴	-۲	۰	۲	۴	۶
فراوانی مطلق	۵	۸	۷	۱۰	۶	۴

میانگین جدول را محاسبه می کنیم :

$$\bar{x} = ۱۴ + \frac{۱(۴)+۲(۲)+۴(۶)}{۴۰} = ۱۴ + \frac{۳۲}{۴۰} = ۱۴ + \frac{۸}{۱۰} = \boxed{۱۴/۸}$$

عدد ۱۴/۸ در گزینه ها وجود ندارد بنابراین نزدیکترین عدد به این عدد را انتخاب می کنیم که به گزینه ی ۴ می رسیم

****

۵۵ - گزینه ۴

ابتدا جدول ملایم را تشکیل می دهیم یعنی از اعداد سطر بالا ۱۴ واحد کم می کنیم :

توجه داریم که تعداد دسته ها زوج است بنابراین تقارنِ کاملی را که در جداول قبلی داشتیم دراین جدول نمی توانیم داشته باشیم

مرکز دسته	۴-	۲-	۰	۲	۴	۶
فراوانی مطلق	۵	۸	۷	۱۰	۶	۴

میانگین جدول را محاسبه می کنیم :

$$\bar{x} = ۱۴ + \frac{۱(۴)+۲(۲)+۴(۶)}{۴۰} = ۱۴ + \frac{۳۲}{۴۰} = ۱۴ + \frac{۸}{۱۰} = \boxed{۱۴/۸}$$

عدد ۱۴/۸ در گزینه ها وجود ندارد بنابراین نزدیکترین عدد به این عدد را انتخاب می کنیم که به گزینه ی ۴ می رسیم .

یک بار دیگر این مسئله را در حالتی حل کنید که از داده های سطر اول ، عدد ۱۵ کم شود .

****

۵۶ - گزینه ۴

ابتدا جدول ملایم را تشکیل می دهیم یعنی از اعداد سطر بالا ۱۴ واحد کم می کنیم :

توجه داریم که تعداد دسته ها زوج است بنابراین تقارنِ کاملی را که در جداول قبلی داشتیم دراین جدول نمی توانیم داشته باشیم

مرکز دسته	۴-	۲-	۰	۱	۲	۴
فراوانی مطلق	۶	۹	۱۰	۱۲	۸	۵

میانگین جدول را محاسبه می کنیم :

$$\bar{\mathbf{x}} = ۱۴ + \frac{۱(-۴)+۱(-۲)+۱۲(۱)}{۵۰} = ۱۴ + \frac{۶}{۵۰} = ۱۴ + \frac{۱۲}{۱۰۰} = \boxed{۱۴/۱۲}$$

تعداد داده ها ۵۰ تاست و میانه بین دو داده ی ۲۵ و ۲۶ یعنی میانگین دو عدد ۱۴ و ۱۵ خواهد بود که میانگین این دو عدد ۱۴/۵ خواهد بود . بنابراین اختلاف میانه از میانگین ۰/۳۸ می شود .

به بی نظمی ایکه در اعداد سطر اول این جدول وجود دارد دقت کردید ؟؟؟!!!

❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊