تستهای کنکورهای سراسری داخل و خارج کشور گروه تجربی در سالهای ۹۳ تا ۹۸ مربوط به مبحث " توابع و معادلات درجه ۲ "

۱-گزینه ۱

در صورت سوال عبارت آشنای **مجموع مربعات** مطرح شده است که می دانیم مجموع مربعات دو ریشه در یک معادله درجه دوم از رابطه $\alpha^2+\beta^2=S^2-2P$ به دست می آید :

$$s^2-2p=\left(\frac{m+3}{m}\right)^2-\frac{10}{m}=6 \rightarrow \frac{m^2+6m+9}{m^2}-\frac{10}{m}=6 \xrightarrow{\times m^2}$$

$$m^2+6m+9-10m-6m^2=0 \rightarrow 5m^2+4m-9=0 \rightarrow \boxed{m=1 \ , \ m=\frac{-9}{5}}$$

هر دو مقدار به دست آمده به صورت جداگانه در گزینه ها وجود دارد . یکی از این دو مقدار باعث منفی شدن دلتای معادله می شود که با جایگذاری آنها در معادله مشخص می شود که مقدار $m=1$ ، دلتای معادله را منفی می کند ، بنابراین مقدار قابل قبول $m=\frac{-9}{5}$ است .

****

۲ - موضوع این تست در فصل مشتق مورد بررسی قرار خواهد گرفت و در کل نیاز به یاد گرفتن موضوع این تست در نظام جدید نیستید

۳-گزینه ۴

اگر به جمله بندی تست دقت کنیم ، بلایی که سرریشه ها آمده است به صورت $x=\frac{1}{\alpha}-1$ است . محاسبات را با معادله قدیم انجام می دهیم :

$$\alpha=\frac{1}{x+1} \xrightarrow{2x^2-3x-1=0} 2\left(\frac{1}{x+1}\right)^2-3\left(\frac{1}{x+1}\right)-1=0 \rightarrow \frac{2}{(x+1)^2}-\frac{3}{(x+1)}-1=0$$

$$\xrightarrow{\times(x+1)^2} 2-3x-3-(x^2+2x+1)=-x^2-5x-2=0 \xrightarrow{\times(-)} \boxed{x^2+5x+2=0}$$

****

۴-گزینه ۱

شرط اینکه معادله ۲ ریشه حقیق منفی داشته باشد ، $\Delta>0$, $S<0$, $P>0$ است :

$$\Delta > 0 \quad \rightarrow \quad (-2m)^2 - 4(m-6)(-3) > 0 \quad \rightarrow \quad 4m^2 + 12m - 72 > 0 \quad \xrightarrow{\div 4}$$

$$m^2 + 3m - 18 > 0 \rightarrow (m+6)(m-3) > 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{+}\ -6\ \boxed{-}\ 3\ \boxed{+}$$

بخشهای مثبت در تعیین علامت را در نظر می گیریم .

$$S < 0 \quad \rightarrow \quad \frac{-2m}{m-6} < 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{-}\ 0\ \boxed{+}\ 6\ \boxed{-}$$

بخشهای منفی در تعیین علامت را در نظر می گیریم .

$$P > 0 \quad \rightarrow \quad \frac{-3}{m-6} > 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{m < 6}$$

از اشتراک جواب های فوق به گزینه ۱ یعنی $\boxed{m < -6}$ می رسیم .

❀❀❀❀❀❀❀❀❀❀❀❀❀❀❀❀❀❀❀❀

۵-گزینه ۱

شرط اینکه معادله ۲ ریشه حقیق مثبت داشته باشد ، $\Delta > 0 \quad , \quad S > 0 \quad , \quad P > 0$ است :

$$\Delta > 0 \quad \rightarrow \quad (m-2)^2 - 4(1)(m+1) > 0 \quad \rightarrow \quad m^2 - 4m + 4 - 4m - 4 > 0$$

$$m^2 - 8m > 0 \rightarrow (m)(m-8) > 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{+}\ 0\ \boxed{-}\ 8\ \boxed{+}$$

بخشهای مثبت در تعیین علامت را در نظر می گیریم .

$$S > 0 \quad \rightarrow \quad -\frac{m-2}{1} > 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{m < 2}$$

$$P > 0 \quad \rightarrow \quad \frac{m+1}{1} > 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{m > -1}$$

از اشتراک جواب های فوق به گزینه ۱ یعنی $\boxed{-1 < m < 0}$ می رسیم .

****

تستهای کنکورهای سراسری داخل و خارج کشور گروه ریاضی در سالهای ۹۳ تا ۹۸ مربوط به مبحث " توابع و معادلات درجه ۲ "

۶-گزینه ۲

اگر به عبارت زیر رادیکال توجه کنیم ، ملاحظه می شود می توانیم عبارت سمت دیگر تساوی را در آن ظاهر کنیم :

$$x^{۲}+۴x+۳=\sqrt{x^{۲}+۴x+۳+۲}\xrightarrow{x^{۲}+۴x+۳=a} a=\sqrt{a+۲}\xrightarrow{(\ )^{۲}} a^{۲}=a+۲$$

$$\rightarrow a^{۲}-a-۲=۰ \rightarrow (a+۱)(a-۲)=۰ \rightarrow \begin{cases} a=-۱ \rightarrow \sqrt{a+۲}=-۱ \quad \times \\ a=۲ \rightarrow \boxed{\sqrt{a+۲}=۲} \end{cases}$$

$$a=\sqrt{a+۲}\xrightarrow[x^{۲}+۴x+۳=a]{\sqrt{a+۲}=۲} x^{۲}+۴x+۳=۲ \rightarrow x^{۲}+۴x+۱=۰ \rightarrow \boxed{P=\frac{c}{a}=۱}$$

****

۷-گزینه ۴

شرط اینکه معادله ۲ ریشه منفی داشته باشد ، $\Delta>۰$, $S<۰$, $P>۰$ است :

$$\Delta>۰ \rightarrow -۲(m+۱)^{۲}-۴(۱۲)(m-۲)>۰ \rightarrow (m+۱)^{۲}-۱۲m+۲۴>۰$$

$$\rightarrow m^{۲}-۱۰m+۲۵>۰ \rightarrow$$ همواره برقرار

$$S<۰ \rightarrow \frac{۲m+۲}{m-۲}<۰ \rightarrow \boxed{+}\ -۱\ \boxed{-}\ ۲\ \boxed{+} \rightarrow -۱<m<۲$$

$$P>۰ \rightarrow \frac{۱۲}{m-۲}>۰ \rightarrow m>۲$$

از اشتراک جواب های فوق به گزینه ۴ یعنی هیچ مقدار m می رسیم .

****

۸-گزینه ۱

شرط آنکه معادله یک ریشه مثبت و یک ریشه منفی داشته باشد ،(د. ریشه مختلف العلامه داشته باشد) فقط $P<0$ می باشد :

$\Delta>0 \to 9-4(1-m)(m+2)>0 \to 4m^2+4m+1>0 \to (2m+1)^2>0$ همواره برقرار

$P<0 \to \frac{1-m}{m+2}<0 \to \boxed{-}\ -2\ \boxed{+}\ 1\ \boxed{-} \to \boxed{m>1 \quad , \quad m<-2}$

البته شرط $\Delta>0$ را هم تشکیل دادیم و می بینیم که تشکیل این شرط بی فایده است و همواره برقرار است .

****

۹-گزینه ۴

شرط آنکه معادله دو ریشه مثبت داشته باشد ، $\Delta>0 \quad , \quad P>0 \quad , \quad S>0$ می باشد :

$\Delta>0 \to (-2(a-2))^2-4(1)(14-a)>0 \to 4(a^2-4a+4)-4(14-a)>0 \xrightarrow{\div 4} a^2-3a-10>0$

$(a-5)(a+2)>0 \to \boxed{a\in(-\infty,-2)\cup(5,+\infty)}$

$S>0 \to -\frac{-2(a-2)}{1}>0 \to a-2>0 \to \boxed{a>2}$ $\qquad P>0 \to \frac{14-a}{1}>0 \to \boxed{a<14}$

با اشتراک گیری از مجموعه های به دست آمده ، مجموعه مقادیر a به صورت $5<a<14$ به دست خواهد آمد .

****

۱۰-گزینه ۴

مجموع جذر ریشه ها به معنای $\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}$ خواهد بود که برای محاسبه این عبارت باید آنرا برابر با ۲ قرار دهیم و طرفین را به توان دو برسانیم :

$\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}=2 \to \alpha+\beta+2\sqrt{\alpha\beta}=4 \to S+2\sqrt{P}=4 \to \frac{m+1}{2}+2\sqrt{\frac{1}{16}}=4$

$\frac{m+1}{2}+\frac{1}{2}=4 \to \frac{m+2}{2}=4 \to \boxed{m=6}$

****

۱۱-گزینه ۲

شرط آنکه نمودار تابع همواره بالای محور x ها باشد ، $\Delta<۰$, $a>۰$ می باشد :

$$a>۰ \rightarrow ۱-a>۰ \rightarrow \boxed{a<۱}$$

$$\Delta<۰ \rightarrow (۲\sqrt{۶})^۲-۴(۱-a)(-a)<۰ \rightarrow ۲۴-۴(a^۲-a)<۰ \xrightarrow{\div(-۴)} a^۲-a-۶>۰$$

$$(a-۳)(a+۲)>۰ \rightarrow \boxed{a<-۲ \, , \, a>۳}$$

با اشتراک گیری از مجموعه های به دست آمده ، مجموعه مقادیر a به صورت $a<-۲$ به دست خواهد آمد .

****

۱۲-گزینه ۳

گزینه ها به صورت زیر اصلاح شود :

۱) ۹ ۲) ۱۱ ۳) ۱۳ ۴) ۱۵

معادله $۲x^۲-x-۲=۰$ معادله قدیمی است وریشه های آنرا α , β می نامیم . ریشه های معادله جدید به صورت $\alpha^۳ , \beta^۳$ است که می توانیم با جمع و ضرب آنها ، s , p معادله جدید را بر حسب s , p معادله قدیم تعیین کنیم می باشند . s , p معادله قدیم به ترتیب به صورت $p=-۱$ ، $s=\frac{۱}{۲}$ خواهند بود

$$\oplus=\alpha^۳+\beta^۳=s^۳-۳ps=(\frac{۱}{۲})^۳-۳(-۱)(\frac{۱}{۲})=\frac{۱}{۸}+\frac{۳}{۲}=\frac{۱۳}{۸}$$

$$\otimes=\alpha^۳\beta^۳=(\alpha\beta)^۳=p^۳=(-۱)^۳=-۱$$

این جمع وضرب باید در رابطه: $x^۲-sx+p=x^۲-\oplus x+\otimes$ قرار داده شوند.

$$x^۲-sx+p=x^۲-\oplus x+\otimes=۰ \rightarrow x^۲-\frac{۱۳}{۸}x-۱=۰ \xrightarrow{\times ۸} \boxed{۸x^۲-۱۳x-۸=۰}$$

با مقایسه این معادله و معادله ی داده شده مقدار $m=۱۳$ به دست خواهد آمد .

****

۱۳-گزینه ۳

گزینه ها به صورت زیر اصلاح شود :

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

در این نوع معادلات که به معادلات دو مجذوری معروف هستند باید از روش تعویض متغیر استفاده کنیم :

عبارت $x^۲-۲x$ برابر با t در نظر می گیریم و معادله ی جدید را به صورت $t^۲-t-۲=۰$ در می سازیم که ریشه های آن ۱- و ۲ می باشد . حال عبارت $x^۲-۲x$ را برابر با هر یک از این دو عدد قرار می دهیم و معادلات جدید ایجاد شده بر حسب x را ریشه یابی می کنیم :

$$x^۲-۲x=-۱ \rightarrow (x-۱)^۲=۰ \rightarrow \boxed{x=۱}$$

$$x^۲-۲x=۲ \rightarrow x^۲-۲x-۲=۰ \rightarrow \boxed{\Delta>۰}$$

ملاحظه می شود که معادله دارای دو ریشه ی شاده و یک ریشه ی مضاعف است و جمعا دارای ۳ ریشه می باشد .

****

۱۴ -گزینه ۳

شرط آنکه معادله دو ریشه حقیقی داشته باشد ، $\Delta>۰$ می باشد :

$$(۶)^۲-۴(۲m-۱)(m-۲)>۰ \rightarrow ۳۶-۴(۲m^۲-۵m+۲)>۰ \longrightarrow -۸m^۲+۲۰m+۲۸>۰$$

$$\xrightarrow{\div(-۴)} ۲m^۲-۵m-۷<۰ \rightarrow \boxed{+}\ -۱\ \boxed{-}\ ۳/۵\ \boxed{+} \rightarrow \boxed{-۱<m<۳/۵}$$

****

۱۵ -گزینه ۱

انتقال تابع به سمت راست به میزانِ ۳ واحد ، به معنای تبدیل xهای معادله به $x-۳$ می باشد که در این صورت معادله ی منحنی به صورت $y=-(x-۳)^۲+۲(x-۳)+۵$ تبدیل خواهد شد و انتقال منحنی در راستای قائم به میزان دو واحد به سمت پائین ، به معنای این است که معادله منحنی را با عدد ۲- جمع کنیم که مرتب شده ی معادله ی منحنی به صورت زیر خواهد شد :

$$y=-(x-۳)^۲+۲(x-۳)+۵-۲=-(x^۲-۶x+۹)+۲x-۶+۳=-x^۲+۸x-۱۲$$

حال نمودار این تابع باید بالای نیمساز ناحیه ی اول باشد یعنی نامعادله ی $-x^2+8x-12>x$ با شرط $\boxed{x>0}$ (به خاطر اینکه در صورت سوال قید شده است : نیمساز ناحیه ی اول) باید حل شود :

$$-x^2+8x-12>x \to -x^2+7x-12>0 \to x^2-7x+12<0$$

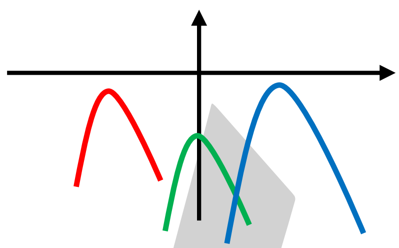
$$(x-3)(x-4)<0 \to \boxed{+}\ 3\ \boxed{-}\ 4\ \boxed{+} \to \boxed{3<x<4} \to x\in(3,4)$$

****

۱۶ -گزینه ۲

شرط آنکه نمودار یک تابع درجه دوم همواره زیر محور xها باشد این است که : $a<0\ ,\ \Delta<0$

به نمودار تابع در این وضعیت مراجعه کنید و شرط ها را از روی نمودار تشخیص دهید .



$$a<0 \to (1-m)<0 \to \boxed{m>1}$$

$$\Delta<0 \to (2(m-3))^2-4(1-m)(-1)<0 \to 4(m^2-6m+9)+4-4m<0$$

$$\to 4m^2-28m+40<0 \xrightarrow{\div 4} m^2-7m+10<0 \to (m-2)(m-5)<0$$

$$\boxed{+}\ 2\ \boxed{-}\ 5\ \boxed{+} \to \boxed{2<m<5}$$

با اشتراک گیری از مجموعه های به دست آمده ، مجموعه مقادیر m به صورت $2<m<5$ به دست خواهد آمد .

****

۱۷- گزینه ۱

انتقال تابع به سمت چپ به میزانِ ۲ واحد ، به معنای تبدیل xهای معادله به $x+2$ می باشد که در این صورت معادله ی منحنی به صورت $y=(x+2)^2-(x+2)-3$ تبدیل خواهد شد و انتقال منحنی در راستای قائم به میزان ۹ واحد به سمت پائین ، به معنای این است که معادله منحنی را با عدد ۹- جمع کنیم که مرتب شده ی معادله ی منحنی به صورت زیر خواهد شد :

$$y=(x+۲)^۲-(x+۲)-۳-۹=x^۲+۴x+۴-x-۲-۱۲=x^۲+۳x-۱۰$$

حال نمودار این تابع باید زیر محور طولها باشد یعنی نامعادله ی $x^۲+۳x-۱۰<۰$ باید حل شود :

$$x^۲+۳x-۱۰<۰\rightarrow(x+۵)(x-۲)<۰\rightarrow\boxed{+}\ -۵\ \boxed{-}\ ۲\ \boxed{+}\rightarrow\boxed{-۵<x<۲}\rightarrow x\in(-۵\,,۲)$$

❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋