**۱-گزینه ۴**

رابطه میانگین را برای داده های موجود نوشته و به کمک آن میانگین داده های جدید را محاسبه می کنیم :

$$\bar{x}_1=\frac{x_1+x_2+...+x_{21}+10+15+45+50}{25}=30 \rightarrow x_1+x_2+...+x_{21}+120=750 \rightarrow x_1+x_2+...+x_{21}=630$$

$$\bar{x}_2=\frac{x_1+x_2+...+x_{21}}{21} \xrightarrow{x_1+x_2+...+x_{21}=630} \bar{x}_2=\frac{630}{21}=30$$

انحراف معیار داده های اولیه برابر ۸ است پس واریانس آنها برابر ۶۴ می باشد :

$$\sigma=8 \Rightarrow \sigma^2=64 \rightarrow \frac{\sum_{i=1}^{25}(x_i-\bar{x})^2}{25}=\frac{\sum_{i=1}^{25}(x_i-30)^2}{25}=64 \rightarrow \sum_{i=1}^{25}(x_i-30)^2=1600$$

بنابراین مجموع مربعات انحراف از میانگین همه ۲۵ داده اولیه برابر ۱۶۰۰ است . حال باید مجموع مربعات انحراف از میانگین این ۴ داده ی ناجور را محاسبه کرده و از ۱۶۰۰ کم نماییم :

$$(10-30)^2+(15-30)^2+(45-30)^2+(50-30)^2=1250$$

$$\sum_{i=1}^{21}(x_i-30)^2=1600-1250=350$$

حال واریانس ۲۱ داده باقی مانده را حساب می کنیم :

$$\sigma^2_2=\frac{\sum_{i=1}^{21}(x_i-30)^2}{21}=\frac{350}{21}=16/66$$

❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋

**۲-گزینه ۳**

اگر میانگین داده های اضافه شده را بدست آوریم ، ملاحظه می شود برابر میانگین داده های اولیه می باشد . پس با اضافه کردن آنها به داده های اولیه ، میانگین جدید تغییری نمی کند : $\bar{x}_1=\bar{x}_2=25$

$$\sigma^2_1=\frac{x_1^2+...+x_{18}^2}{18}-\bar{x}_1^2 \rightarrow 9=\frac{x_1^2+...+x_{18}^2}{18}-625 \rightarrow x_1^2+...+x_{18}^2=11412$$

$$\sigma^2_2=\frac{\overbrace{x_1^2+...+x_{18}^2}^{11412}+20^2+27^2+28^2}{21}-\bar{x}_2^2=\frac{11412+400+729+784}{21}-625=\boxed{9/52}$$

****************************

**۳-گزینه ۲**

رابطه میانگین را برای اضلاع و مساحت های n مربع می نویسیم :

$$\bar{a} = \frac{a_1 + \dots + a_n}{n} = ۸ \qquad \bar{S} = \frac{S_1 + \dots + S_n}{n} = ۶۵/۴۴$$

می دانیم در یک مربع رابطه بین مساحت و ضلع مربع به صورت $S = a^2$ می باشد ، لذا داریم :

$$\bar{S} = \frac{S_1 + \dots + S_n}{n} = ۶۵/۴۴ \xrightarrow{S=a^2} \bar{S} = \frac{a_1^2 + \dots + a_n^2}{n} = ۶۵/۴۴$$

برای بدست آوردن ضریب تغییرات باید واریانس و به کمک آن انحراف معیار را محاسبه کنیم . می دانیم واریانس برابر است با : $\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2$

$$\sigma^2 = \frac{\sum a_i^2}{n} - \bar{a}^2 \xrightarrow{\frac{\sum a_i^2}{n}=۶۵/۴۴} \sigma^2 = ۶۵/۴۴ - ۸^2 = ۱/۴۴ \rightarrow \sigma = ۱/۲$$

بنابراین ضریب تغییرات در طول اضلاع این مربع ها برابر است با : $CV = \frac{\sigma}{\bar{a}} = \frac{۱/۲}{۸} = \boxed{۰/۱۵}$

****************************

**۴ - گزینه ۳**

میانگین مساحت مربع ها برابر است با :

$$\bar{S} = \frac{S_1 + \dots + S_n}{n} \xrightarrow{S=a^2} \bar{S} = \frac{a_1^2 + \dots + a_n^2}{n} = \frac{\sum (a_i)^2}{n}$$

می دانیم رابطه واریانس به صورت $\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2$ می باشد . بنابراین برای یافتن خواسته مسئله کافی است به کمک میانگین و ضریب تغییرات ، واریانس را محاسبه کنیم :

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{a}} \rightarrow \sigma = ۱۵ \times ۰/۲ = ۳ \rightarrow \sigma^2 = ۹$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (a_i)^2}{n} - (\bar{a})^2 \rightarrow \frac{\sum (a_i)^2}{n} = ۹ + ۲۲۵ = \boxed{۲۳۴}$$

**************************

## ۵ - گزینه ۴

$$\bar{x} = \frac{۲۴۰}{۳۰} = ۸$$

$$\sigma^۲ = \frac{\sum x_i^۲}{n} - \bar{x}^۲ \quad \to \quad \sigma^۲ = \frac{۲۱۹۰}{۳۰} - ۶۴ = ۷۳ - ۶۴ = ۹ \quad \to \quad \sigma = ۳$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{۳}{۸} = \boxed{۰/۳۷۵}$$

**************************

## ۶ - گزینه ۳

**با کمک فرمول دوم واریانس همانند سوال قبلی عمل می کنیم ، فقط حواسمان هست که ؟ ، کلِ کسر اول است :**

$$\bar{x} = ۲۵ \quad , \quad CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = ۰/۰۶ \quad \to \quad ۰/۰۶ = \frac{\sigma}{۲۵} \quad \to \quad \sigma = ۱/۵ \quad \to \quad \sigma^۲ = ۲/۲۵$$

$$\sigma^۲ = \frac{\sum x_i^۲}{n} - \bar{x}^۲ \quad \to \quad ۲/۲۵ = ? - (\bar{x})^۲ \quad \to \quad ۲/۲۵ = ? - ۶۲۵ \quad \to \quad \boxed{? = ۶۲۷/۲۵}$$

**************************

## ۷ - گزینه ۳

**ابتدا فرمول میانگین را برای ۹ داده آماری می نویسیم تا مجهول a پیدا شود :**

$$a,۷,۱۰,۱۴,۱۱,۱۶,۱۸,۹,۲۰ \quad \to \quad \bar{x} = \frac{a+۷+۱۰+۱۴+۱۱+۱۶+۱۸+۹+۲۰}{۹} = ۱۳ \quad \to \quad \boxed{a = ۱۲}$$

**با پیدا شدن a ، داده ها را مرتب می کنیم تا میانه آنها پیدا شود :**

$$۷ \,,\, ۹ \,,\, ۱۰ \,,\, ۱۱ \,,\, \boxed{۱۲} \,,\, ۱۴ \,,\, ۱۶ \,,\, ۱۸ \,,\, ۲۰$$

**ملاحظه میشود که میانه داده ها همان عدد a یعنی عدد ۱۲ هست .**

**************************

**۸ - گزینه ۲**

برای محاسبه دقت کاری کافیست ضریب تغییرات دو گروه داده شده را محاسبه کنیم و در اطلاعات مسئله مشخص است که هم واریانس و هم میانگین داده شده است و به راحتی می توانیم ضریب تغییرات دو گروه را محاسبه کنیم :

$$CV_1 = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{۲۵}}{۸۰} = \frac{۵}{۸۰} = \boxed{\frac{۱}{۱۶}} \qquad CV_۲ = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{۱۶}}{۷۲} = \frac{۴}{۷۲} = \boxed{\frac{۱}{۱۸}}$$

ملاحظه می شود که ضریب تغییرات کاریه گروه دوم کوچکتر از گروه اول است بنابراین دقت کاریه گروه دوم بیشتر از گروه اول است .

****************************

**۹ - گزینه ۱**

برای محاسبه دقت کاری کافیست ضریب تغییرات دو گروه داده شده را محاسبه کنیم که با اعداد داده شده کافیست میانگین و واریانس هر گروه را تعیین کرده و ضریب تغییرات را در هر گروه به دست آوریم :

گروه الف :

$$\bar{x} = \frac{۱۲+۱۳+۱۴+۱۵+۱۶}{۵} = ۱۴ \rightarrow \sigma^۲ = \frac{۴+۱+۰+۱+۴}{۵} = ۲ \rightarrow \boxed{CV_۱ = \frac{\sqrt{۲}}{۱۴}}$$

$$\bar{x} = \frac{۱۱/۵+۱۳+۱۵/۵+۱۶+۱۶/۵}{۵} = ۱۴/۵ \rightarrow \sigma^۲ = \frac{۹+۲/۲۵+۱+۲/۲۵+۴}{۵} = ۳/۷ \rightarrow \boxed{CV_۲ = \frac{\sqrt{۳/۷}}{۱۴/۵}}$$

ملاحظه می شود که ضریب تغییرات کاریه گروه اول کوچکتر از گروه دوم است بنابراین دقت کاریه گروه اول بیشتر از گروه دوم است .

****************************

تستهای کنکورهای سراسری داخل و خارج کشور گروه ریاضی در سالهای ۹۳ تا ۹۸ مربوط به مبحث " آمار " مربوط به گروه های تجربی و ریاضی

**۱۰ - گزینه ۲**

دقت کاری فردی بیشتر است که ضریب تغییراتش کمتر باشد . بنابراین ضریب تغییرات هر دو نفر را محاسبه می کنیم :

$$A: ۱۵, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۹ \qquad B: ۱۶, ۱۴, ۱۷, ۱۴, ۱۷, ۱۸$$

$$\bar{x}_A = \frac{۹۶}{۶} = ۱۶ \rightarrow \sigma^۲_A = \frac{۱+۴+۱+۰+۱+۹}{۶} = \frac{۱۶}{۶} = \frac{۸}{۳} \rightarrow CV_A = \frac{\sqrt{\frac{۸}{۳}}}{۱۶}$$

$$\bar{x}_B = \frac{۹۶}{۶} = ۱۶ \rightarrow \sigma^۲_B = \frac{۰+۴+۱+۴+۱+۴}{۶} = \frac{۱۴}{۶} = \frac{۷}{۳} \rightarrow CV_B = \frac{\sqrt{\frac{۷}{۳}}}{۱۶}$$

ملاحظه می شود که دقت کاریه کارگر B بیشتر است . البته از آنجائیکه میانگینِ هر دو کارگر یکسان شد می توانستیم فقط واریانس را محاسبه کنیم و با مقایسه واریانسها تعیین کنیم کدام کارگر ضریب تغییرات کمتری دارد . زیرا مخرجِ کسرِ ضریب تغییرات هر دو کارگر یکسان است و کارگری ضریب تغییرات کمتری دارد که واریانس و به دنبال آن انحراف معیار کمتری داشته باشد .

***************************

**۱۱ – گزینه ۴**

ابتدا داده ها را از کوچک به بزرگ مرتب می کنیم :

۵۰ , ۶۳ , ۶۴ , ۶۵ , ۶۶ , ۷۰ , ۷۷ , x

از سه پارامتر میانه ، مد و میانگین ، فقط می توانیم عدد مربوط به میانه را محاسبه کنیم که بین اعداد ۶۵ و ۶۶ قرار دارد که ۶۵/۵ میانه ی داده های مورد نظر است . حال به سراغ تعیین میانگین می رویم تا مجهول x را به دست آوریم :

$$\bar{x} = \frac{۵۰+۶۳+۶۴+۶۵+۶۶+۷۰+۷۷+x}{۸} = \frac{۴۵۵+x}{۸} = ۶۵/۵ \rightarrow ۴۵۵ + x = ۵۲۴ \rightarrow \boxed{x = ۶۹}$$

یعنی اگر داده ی ۶۹ به داده ها اضافه شود ، میانه و میانگین برابر خواهند شد اما ملاحظه می شود که با وارد شدن این داده به داده ها ، مد نمی تواند ۶۹ شود . بنابراین داده ی ۶۹ فقط می تواند باعث برابریه میانه و میانگین شود و شرط یکسان شدن مد را بر آورده نمی کند .

***************************

**۱۲ – گزینه ۱**

ضریب تغییرات داده های اولیه را محاسبه می کنیم :

$$\bar{x} = \frac{۱+۲+۳+۴+۵}{۵} = \boxed{۳} \rightarrow \sigma^۲ = \frac{(۲)^۲+(۱)^۲+(۰)^۲+(۱)^۲+(۲)^۲}{۵} = \frac{۱۰}{۵} = \boxed{۲} \rightarrow \boxed{\sigma = \sqrt{۲}}$$

داده های جدید در عدد ۱۲ ضرب شده اند و با عدد ۶ جمع شده اند که این دو تغییر روی میانگین داده های اولیه اثر می گذارد و میانگین داده های جدید ۴۲ به دست می آید . انحراف معیار روی عمل جمع بی تاثیر است و فقط روی عمل ضرب تاثیر می پذیرد و ۱۲ برابر می شود یعنی انحراف معیار داده های جدید برابر با $۱۲\sqrt{۲}$ خواهد شد و در نتیجه ضریب تغییرات داده های جدید برابر با $CV=\frac{۱۲\sqrt{۲}}{۴۲}=\frac{۲\sqrt{۲}}{۷}\simeq\frac{۲(۱/۴)}{۷}=۲(۰/۲)=\boxed{۰/۴}$ به دست خواهد آمد .

****************************

**۱۳ - گزینه ۱**

دقت کاریه دستگاهی بیشتر است که ضریب تغییرات کمتری داشته باشد بنابراین باید ضریب تغییرات هر دو دستگاه را محاسبه کنیم :

$$CV_A=\frac{۳/۶}{۱۵۰}=\frac{۱/۸}{۷۵}=\frac{۰/۶}{۲۵}\xrightarrow{\times۴}\frac{۲/۴}{۱۰۰}=\boxed{۰/۰۲۴}$$

$$CV_B=\frac{۳/۸۴}{۱۶۰}=\frac{۱/۹۲}{۸۰}=\frac{۰/۹۶}{۴۰}=\frac{۰/۴۸}{۲۰}=\frac{۰/۲۴}{۱۰}\xrightarrow{\times۱۰}\frac{۲/۴}{۱۰۰}=\boxed{۰/۰۲۴}$$

****************************

**۱۴ - گزینه ۲**

فرمول واریانس را برای هر دو گروه می نویسیم و از فرمول های نوشته شده ، با طرفین وسطین کردن ، صورت کسرها را محاسبه می کنیم :

$$\sigma^۲=\frac{?_۱}{n}\rightarrow ۱۲/۶=\frac{?_۱}{۱۲}\rightarrow ?_۱=۱۲\times۱۲/۶=۱۵۱/۲$$

$$\sigma^۲=\frac{?_۲}{n}\rightarrow ۷/۲=\frac{?_۲}{۲۴}\rightarrow ?_۲=۲۴\times۷/۲=۱۷۲/۸$$

با جمع علامت سوال ها و تقسیم آنها بر تعداد کل ، واریانس داده های ادغامی محاسبه می شود :

$$\sigma^۲=\frac{?_۱+?_۲}{۱۲+۲۴}\rightarrow\sigma^۲=\frac{۱۵۱/۲+۱۷۲/۸}{۳۶}=\frac{۳۲۴}{۳۶}=۹\rightarrow\boxed{\sigma=۳}$$

****************************

**۱۵ - گزینه ۴**

از فرمول دوم واریانس کمک می گیریم و ملاحظه می شود که تمام اطلاعات برای محاسبه ی واریانس داده شده است :

$$\sigma^۲ = \frac{\sum x_i^۲}{n} - \bar{x}^۲ \quad \rightarrow \quad \sigma^۲ = \frac{۳۲۵۰}{۲۵} - (\frac{۲۷۵}{۲۵})^۲ = ۱۳۰ - ۱۲۱ = ۹ \quad \rightarrow \quad CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{۳}{۱۱} \simeq \boxed{۰/۲۷۲۷}$$

***************************

**۱۶ - گزینه ۳**

اطلاعات تعدادی و همچنین میانگین و واریانس هر دو گروه داده شده است و این دو گروه ادغام شده اند . اما تفاوتی که در این سوال با نمونه های مشابه دیده می شود این است که ، پس از ادغام ، میانگین دو گروه یکسان نیست و این مورد کار را کمی سخت و محاسبات را پیچیده تر می کند . ابتدا ببینیم پس از ادغام ، میانگین جدید چقدر خواهد شد :

$$\bar{x} = \frac{(۶\times ۱۲)+(۹\times ۱۴)}{۱۵} = ۱۳/۲$$

میانگین تغییر کرده است و نمی توانیم همانند مثال های قبل مسئله را حل کنیم . این اتفاق تنها یک بار در تاریخ کنکور و در همین سوال رخ داده است . برای حل ، به سراغ فرمول دوم واریانس برای گروه اول و دوم و گروه ادغامی می رویم :

$$۶ = \frac{?_۱}{۶} - (۱۲)^۲ \quad \rightarrow \quad ?_۱ = ۹۰۰ \qquad ۴ = \frac{?_۲}{۹} - (۱۴)^۲ \quad \rightarrow \quad ?_۲ = ۱۸۰۰$$

$$\sigma^۲ = \frac{?_۱ + ?_۲}{۱۵} - (۱۳/۲)^۲ = \frac{۹۰۰+۱۸۰۰}{۱۵} - (۱۷۴/۲۴)^۲ = \boxed{۵/۷۶}$$

حال باید جذر این عدد را محاسبه کنیم که کمی دشوار است و بهتر است در این گونه موارد از توانِ دو رساندن گزینه ها کمک بگیریم که گزینه ی ۳ پاسخ صحیح این سوال است .

***************************

**۱۷ - گزینه ۴**

برای محاسبه میانگین باید تعداد هر گروه را در عدد مربوط به سن ضرب کرد . سطر بالا در جدول ، سن افراد و سطر

**پائین ، تعداد افراد در هر سن می باشد :**

$$\bar{x} = \frac{(۶\times۱۰)+(۹\times۱۲)+(۱۰\times۱۴)+(۱۲\times۱۵)+(۸\times۱۶)+(۵\times۱۸)}{۶+۹+۱۰+۱۲+۸+۵} = \frac{۷۰۶}{۵۰} = ۱۴/۱۲$$

**تعداد داده ها ۵۰ است و برای محاسبه ی میانه ، باید داده ۲۵ و ۲۶ را پیدا کنیم و میانگین آنها را تعیین کنیم که اعداد ۱۴ و ۱۵ به ترتیب داده های شماره ۲۵ و ۲۶ را تشکیل می دهند که میانگین آنها ۱۴/۵ است . بنابراین اختلاف میانگین از میانه عدد ۰/۳۸ می باشد .**

$$۶ = \frac{?_۱}{۶} - (۱۲)^۲ \quad \rightarrow \quad ?_۱ = ۹۰۰ \qquad\qquad ۴ = \frac{?_۲}{۹} - (۱۴)^۲ \quad \rightarrow \quad ?_۲ = ۱۸۰۰$$

$$\sigma^۲ = \frac{?_۱ + ?_۲}{۱۵} - (۱۳/۲)^۲ = \frac{۹۰۰+۱۸۰۰}{۱۵} - (۱۷۴/۲۴)^۲ = \boxed{۵/۷۶}$$

**حال باید جذر این عدد را محاسبه کنیم که کمی دشوار است و بهتر است در این گونه موارد از توانِ دو رساندن گزینه ها کمک بگیریم که گزینه ی ۳ پاسخ صحیح این سوال است .**

❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊

❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊

**۱۸ - گزینه ۳**

**ابتدا میانه اصلی و چارک های اول و سوم را تعیین می کنیم . داده ها را مرتب می کنیم و میانه ها را تعیین می کنیم :**

| |
|---|
| ۵۹ و ۵۷ و ۵۶ و ۵۴ و ۵۰ و ۴۶ و ۴۲ و ۳۹ و ۳۷ و ۳۲ |

**داده های ۴۲ و ۴۶ و ۵۰ و ۵۴ درون جعبه قرار میگیرند که باید ضریب تغییرات آنها محاسبه شود :**

$$\bar{x} = \frac{۴۲+۴۶+۵۰+۵۴}{۴} = \boxed{۴۸} \quad \rightarrow \quad \sigma^۲ = \frac{(۶)^۲+(۲)^۲+(۲)^۲+(۶)^۲}{۴} = \frac{۸۰}{۴} = \boxed{۲۰} \rightarrow \boxed{\sigma = \sqrt{۲۰} = ۲\sqrt{۵} = ۴/۴}$$

$$CV = \frac{۴/۴}{۴۸} = \boxed{۰/۰۹}$$

❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊❊

**۱۹ - گزینه ۱**

**گزینه ها به صورت زیر اصلاح شوند :**

**۱۴/۲** **۱۴/۲۵** **۱۴/۴** **۱۴/۷۵**

**برای محاسبه میانگین باید تعداد هر گروه را در عدد مربوط به سن ضرب کرد . سطر بالا در جدول ، سن افراد و سطر پائین ، تعداد افراد در هر سن می باشد :**

$$\bar{x}=\frac{(۵\times ۱۰)+(۸\times ۱۲)+(۷\times ۱۴)+(۱۰\times ۱۵)+(۶\times ۱۷)+(۴\times ۱۸)}{۵+۸+۷+۱۰+۶+۴}=\frac{۵۶۸}{۴۰}=۱۴/۲$$

❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋❋

**۱۸ - گزینه ۲**

**ابتدا میانه اصلی و چارک های اول و سوم را تعیین می کنیم . داده ها را مرتب می کنیم و میانه ها را تعیین می کنیم ، خواسته ی سوال محاسبه ی چارکها است :**

| |
|---|
| ۳۰/۲ و ۱۳/۵ و ۱۲/۸ و ۱۲/۷ و ۱۲/۳ و ۱۱/۹ و ۱۱/۵ و ۱۱/۲ و ۱۰/۶ و ۱۰/۶ |

**ملاحظه می شود که مقادیر $Q_۱$ ، $Q_۲$ ، $Q_۳$ به ترتیب ، ۱۱/۲ و $\frac{۱۱/۹+۱۲/۳}{۲}=۱۲/۱$ و ۱۲/۸ می باشد و خواسته ی سوال به ترتیب زیر محاسبه خواهد شد :**

$$\frac{Q_۱+Q_۳-۲Q_۲}{Q_۳-Q_۱}=\frac{۱۱/۲+۱۲/۸-۲(۱۲/۱)}{۱۲/۸-۱۱/۲}=\boxed{-۰/۱۲۵}$$